บทที่ 3

การปรับโค้งและทฤษฎีการหาค่าสูงสุด
(Curve Fitting & Optimization Theory)

3.1 วิธีผลต่างกำลังสองน้อยที่สุด (Least square method)

วิธีผลต่างกำลังสองน้อยที่สุดนั้น เป็นวิธีการประดิษฐ์เส้นโค้งที่เป็นมาตรฐานสำหรับข้อมูลที่กำหนดมาให้ ข้อมูลที่กำหนดให้โดยปกติจะมีจำนวนมากที่ได้มาจากการทดลอง โดยฟังก์ชันที่ประดิษฐ์ขึ้นมานั้นจำเป็นต้องสอดคล้องกับลักษณะการกระจายของข้อมูล ดังรูปแบบที่จะนำเสนอในงานวิจัยดังกล่าวนี้ มีลักษณะการกระจายของข้อมูลที่ไม่เป็นเชิงเส้น ซึ่งเรียกว่าการถดถอยแบบพหุนาม (polynomial regression)

การถดถอยแบบพหุนาม เป็นรูปแบบการถดถอยที่ไม่เป็นเชิงเส้นแบบหนึ่ง กล่าวคือจำนวนตัวแปรต้นจะมีมากกว่าสองตัวขึ้นไป ตัวอย่างเช่น งานวิจัยดังกล่าวนี้ จะสังเกตุเห็นได้ว่าจากแผนภาพข้อมูลของคอมเพรสเซอร์จากโรงงานผลิต ซึ่งแสดงไว้ในภาคผนวก ข. นั้น ภาระของการทำความเย็น (Q_e), พลังงาน (P) และอัตราการไหลของน้ำยา (m_e) ของคอมเพรสเซอร์นั้นจะแปรเปลี่ยนไปตามอุณหภูมิระเหย (t_e) และอุณหภูมิควบแน่น (t_c) ของน้ำยา ในลักษณะที่เป็นฟังก์ชันโพลิโนเมียล ทำให้สามารถที่จะประมาณความสัมพันธ์ของภาระการทำความเย็นดังกล่าวเป็นตัวอย่าง ในรูปของฟังก์ชันพหุนามที่ได้เสนอไว้โดย Stoecker[19] ได้ดังนี้

$$Q_e(t_e,t_c) = a_1 + a_2t_e + a_3t_c + a_4t_e^2 + a_5t_c^2 + a_6t_et_c + a_7t_ct_e^2 + a_8t_et_c^2 + a_9t_e^2t_c^2 \qquad \text{------(3.1)}$$

โดยที่ a_j , j = 1, 2, ..., 9 เป็นตัวคงที่ที่ไม่รู้ค่าซึ่งสามารถคำนวณหาได้โดยวิธีผลต่างกำลังสองน้อยที่สุด กล่าวคือ เริ่มจากการเขียนสมการของความผิดพลาด E ของข้อมูลทั้งหมด n ข้อมูลที่เบี่ยงเบนไปจากฟังก์ชัน $Q_e(t_e,t_c)$ ดังนี้

$$E = \sum_{i=1}^{n}\left[y_i - (a_1 + a_2t_e + a_3t_c + \ldots\ldots\ldots\ldots + a_9t_e^2t_c^2)\right]^2 \qquad \text{------(3.2)}$$

จากนั้นจึงทำการหาค่าต่ำสุดของความผิดพลาด E นี้ โดยเกี่ยวข้องกับตัวไม่รู้ค่า ก่อให้เกิดระบบสมการ 9 สมการย่อย ดังนี้

$$\left.\begin{array}{lcl} \dfrac{\partial E}{\partial a_1} & = & 0 \\ \dfrac{\partial E}{\partial a_2} & = & 0 \\ \dfrac{\partial E}{\partial a_3} & = & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ \dfrac{\partial E}{\partial a_9} & = & 0 \end{array}\right\} \text{9 สมการ} \qquad \text{------(3.3)}$$

ผลลัพธ์จากระบบสมการ 9 สมการดังกล่าวข้างต้นสามารถจัดให้อยู่ในรูปเมตริกซ์ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^{n} t_{ei} & \sum_{i=1}^{n} t_{ei}^2 & \cdots\cdots & \sum_{i=1}^{n} t_{ei}^2 t_{ci}^2 \\ \sum_{i=1}^{n} t_{ei} & \sum_{i=1}^{n} t_{ei}^2 & \sum_{i=1}^{n} t_{ei}^3 & \cdots\cdots & \sum_{i=1}^{n} t_{ei}^3 t_{ci}^2 \\ \sum_{i=1}^{n} t_{ei}^2 & \sum_{i=1}^{n} t_{ei}^3 & \sum_{i=1}^{n} t_{ei}^4 & \cdots\cdots & \sum_{i=1}^{n} t_{ei}^4 t_{ci}^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \sum_{i=1}^{n} t_{ei}^2 t_{ci}^2 & \sum_{i=1}^{n} t_{ei}^3 t_{ci}^2 & \sum_{i=1}^{n} t_{ei}^4 t_{ci}^2 & \cdots\cdots & \sum_{i=1}^{n} t_{ei}^4 t_{ci}^4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ a_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sum_{i=1}^{n} y_i \\ \sum_{i=1}^{n} t_{ei} y_i \\ \sum_{i=1}^{n} t_{ei}^2 y_i \\ \vdots \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^{n} t_{ei}^2 t_{ci}^2 y_i \end{Bmatrix}$$

------(3.4)

โดยเมตริกซ์จัตุรัสขนาด (9×9) ทางด้านซ้ายของระบบสมการนี้นั้นเป็นเมตริกซ์สมมาตรที่รู้ค่า และเวกเตอร์ขนาด (9×1) ทางด้านขวาของระบบสมการนี้ก็รู้ค่าเช่นกัน ดังนั้นแล้วสัมประสิทธิ์ $a_1, a_2, a_3, \ldots\ldots, a_9$ จึงสามารถคำนวณได้จากระบบสมการนี้โดยใช้ระเบียบวิธีการกำจัดแบบเกาส์ แก้ระบบสมการดังกล่าวออกมา ผลลัพธ์ของค่าสัมประสิทธิ์ที่คำนวณได้นี้ เมื่อนำกลับไปแทนลงในสมการ (3.1) เริ่มแรกแล้วนั้นจะก่อให้เกิดฟังก์ชัน $Q_e(t_e,t_c)$ ที่เหมาะสมที่สุดจากข้อมูลที่กำหนดมา

ลำดับขั้นตอนการจัดรูปแบบของระบบสมการด้วยวิธีผลต่างกำลังสองน้อยที่สุด ซึ่งเริ่มต้นจากสมการ (3.2) จนถึงสมการ (3.4) นั้นสามารถประดิษฐ์ขึ้นเป็นโปรแกรมคอม-พิเตอร์ไว้ในรูปของโปรแกรมย่อย [REGRESS] ซึ่งแสดงรายละเอียดไว้ในภาคผนวก ช.

3.2 สัมประสิทธิ์ของการตัดสินใจ (The Coefficient of Determination)

ค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของการประมาณค่า (S_{yx}) อาจจะใช้เป็นปัจจัยอย่างหนึ่งที่จะช่วยในการตัดสินใจว่าควรจะนำปัจจัย x มาพิจารณาด้วยหรือไม่ในการวิเคราะห์เกี่ยวกับ y แต่เนื่องจากความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของการประมาณค่าเป็นสิ่งที่ยากในการตีความออกมาในรูปความสัมพันธ์ ดังนั้นเพื่อความสะดวกในการตีความจึงอาจเปลี่ยนค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของการประมาณค่าซึ่งอาจถือว่าเป็นส่วนของความแปรผันทั้งหมด ก็จะทำให้สามารถอธิบายความหมายออกมาได้ง่ายขึ้น (คำว่า ความแปรผันทางสถิติ โดยปกติหมายถึงผลรวมของส่วนเบี่ยงเบนกำลังสองรอบตัวแทนของค่า) เช่น ความแปรผันใน y ที่ไม่สามารถกำหนดได้ด้วย x คือ $\sum(y_e - \bar{y})^2$ ทั้งนี้เนื่องจากในการวิเคราะห์เกี่ยวกับ y ถ้าไม่นำ x เข้ามาเกี่ยวข้องความแปรผันทั้งหมด (total variation) ที่เกิดขึ้นคือ $\sum(y - \bar{y})^2$ แต่เมื่อนำ x เข้ามาเกี่ยวข้องด้วยความผันแปรใน y บางส่วนจะลดลงถ้า x มีอิทธิพลต่อ y ส่วนของความแปรผันใน y ที่ลดลงไปเนื่องจากการนำ x มาพิจารณาเรียกว่า ความแปรผันใน y ที่อธิบายได้ด้วย x หรือความแปรผันใน y ที่สามารถกำหนดได้ด้วย x (explain variation) ซึ่งก็คือ $\sum(y_e - \bar{y})^2$ นั่นเอง

ดังนั้นสัดส่วนระหว่าง explained variation กับ total variation จึงเป็นดัชนีที่ดีที่จะใช้บอกความสัมพันธ์ระหว่าง y กับ x ซึ่งทำให้สามารถตัดสินใจได้ว่าควรนำ x มาพิจารณาในการวิเคราะห์เกี่ยวกับ y หรือไม่ จะเรียกสัดส่วนดังกล่าวว่าสัมประสิทธิ์ของการตัดสินใจ (Coefficient of determination) และใช้สัญญลักษณ์ r^2 แทนสัมประสิทธิ์ของการตัดสินใจ นั่นคือ

$$r^2 = \frac{\sum(y_e - \bar{y})^2}{\sum(y - \bar{y})^2} \qquad \text{------------(3.5)}$$

3.3 การแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยวิธีการกำจัดแบบเกาส์ (Gauss elimination)

ระเบียบวิธีการกำจัดแบบเกาส์ จัดได้ว่าเป็นระเบียบวิธีแก้ระบบสมการที่ได้รับความนิยมมากระเบียบวิธีหนึ่ง เป็นระเบียบวิธีโดยปรกตินิยมใช้ในโปรแกรมคอมพิวเตอร์ขนาด

ใหญ่ที่ใช้แก้ปัญหาทางวิศวกรรมศาสตร์และวิทยาศาสตร์ทั่วไป ระเบียบวิธีกำจัดแบบเกาส์ในภาพรวม สามารถแบ่งออกได้เป็น 2 ขั้นตอน ดังนี้ :

หากเราพิจารณาระบบสมการที่ประกอบด้วย n สมการย่อยในรูปแบบดังนี้ :

$$
\begin{array}{lclr}
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \ldots\ldots\ldots + a_{1n}x_n & = & b_1 & (3.6a) \\
a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \ldots\ldots\ldots + a_{2n}x_n & = & b_2 & (3.6b) \\
a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + \ldots\ldots\ldots + a_{3n}x_n & = & b_3 & (3.6c) \\
\vdots & & \vdots & \\
a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + a_{n3}x_3 + \ldots\ldots\ldots + a_{nn}x_n & = & b_n & (3.6n)
\end{array}
$$

ก) <u>การกำจัดไปข้างหน้า</u> โดยทำการหารสมการแรก (3.6a) นี้ด้วยสัมประสิทธิ์ของ x_1

$$x_1 + \frac{a_{12}}{a_{11}} x_2 + \frac{a_{13}}{a_{11}} x_3 + \ldots\ldots + \frac{a_{1n}}{a_{11}} x_n = \frac{b_1}{a_{11}}$$

จากนั้นจึงคูณสมการที่ได้นี้ด้วยสัมประสิทธิ์ของ x_1 ของสมการที่สอง (3.6b)

$$a_{21}x_1 + a_{21}\frac{a_{12}}{a_{11}} x_2 + a_{21}\frac{a_{13}}{a_{11}} x_3 + \ldots\ldots + a_{21}\frac{a_{1n}}{a_{11}} x_n = a_{21}\frac{b_1}{a_{11}}$$

แล้วจึงนำสมการที่ได้นี้ไปลบออกจากสมการ (3.6) เดิม จะได้

$$\underbrace{\left(a_{22} - a_{21}\frac{a_{12}}{a_{11}}\right)}_{a'_{22}} x_2 + \underbrace{\left(a_{23} - a_{21}\frac{a_{13}}{a_{11}}\right)}_{a'_{23}} x_3 + \ldots\ldots + \underbrace{\left(a_{2n} - a_{21}\frac{a_{1n}}{a_{11}}\right)}_{a'_{2n}} x_n = \underbrace{b_2 - a_{21}\frac{b_1}{a_{11}}}_{b'_2}$$

หรือเขียนได้ว่า

$$a'_{22}x_2 + a'_{23}x_3 + \ldots\ldots + a'_{2n}x_n = b'_2 \qquad (3.6b')$$

แล้วทำเช่นเดียวกันนี้กับสมการที่ (3.6c) ไปจนถึง (3.6n) ทำให้ระบบสมการดั้งเดิม (3.6) เปลี่ยนมาอยู่ในรูปแบบดังนี้

$$
\begin{array}{rclr}
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \ldots\ldots\ldots + a_{1n}x_n & = & b_1 & (3.7a) \\
a'_{22}x_2 + a'_{23}x_3 + \ldots\ldots\ldots + a'_{2n}x_n & = & b'_2 & (3.7b) \\
a'_{32}x_2 + a'_{33}x_3 + \ldots\ldots\ldots + a'_{3n}x_n & = & b'_3 & (3.7c) \\
\vdots & & \vdots & \\
a'_{n2}x_2 + a'_{n3}x_3 + \ldots\ldots\ldots + a'_{nn}x_n & = & b'_n & (3.7n)
\end{array}
$$

จะเห็นได้ว่าจากวิธีการกำจัดไปข้างหน้าหนึ่งรอบแรก ทุกๆค่าในแนวแถวตั้งแรกของระบบสมการ (3.7) ยกเว้นในสมการแรกนั้นต่างมีค่าเท่ากับศูนย์

ดังนั้นจะต้องทำการกำจัดไปข้างหน้าซ้ำอีกเป็นรอบที่สอง แต่คราวนี้จะเริ่มจากสมการ (3.7b) ซึ่งเป็นสมการที่สอง โดยหารสมการนี้ตลอดด้วย a'_{22} แล้วคูณด้วยสัมประสิทธิ์ a'_{32} ของ x_2 จากสมการ (3.7c) แล้วเอาผลลัพธ์ที่ได้ไปลบออกจากสมการ (3.7c) ใหม่ที่ไม่ประกอบด้วยพจน์ x_1 และ x_2 เลย จากนั้นก็ทำเช่นนี้เรื่อยไปจนถึงสมการ (3.7n) สุดท้าย กระบวนการดังกล่าว ทำให้ระบบสมการ (3.7) เปลี่ยนมาอยู่ในรูปแบบใหม่ดังนี้

$$
\begin{array}{rcll}
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots\dots\dots + a_{1n}x_n & = & b_1 & (3.8a) \\
a'_{22}x_2 + a'_{23}x_3 + \dots\dots\dots + a'_{2n}x_n & = & b'_2 & (3.8b) \\
a''_{33}x_3 + \dots\dots\dots + a''_{3n}x_n & = & b'_3 & (3.8c) \\
\vdots \qquad\qquad \vdots & & \vdots & \\
a''_{n3}x_3 + \dots\dots\dots + a''_{nn}x_n & = & b'_n & (3.8n)
\end{array}
$$

จากนั้นก็ทำการกำจัดอีกเป็นรอบที่สาม สี่ ห้า เรื่อยไป จนถึงรอบที่ n-1 ซึ่งจะก่อให้เกิดระบบสมการในรูปแบบที่พร้อมที่จะทำการแทนค่าย้อนกลับเพื่อหาผลลัพธ์ดังนี้

$$
\begin{array}{rcll}
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots\dots\dots + a_{1n}x_n & = & b_1 & (3.9a) \\
a'_{22}x_2 + a'_{23}x_3 + \dots\dots\dots + a'_{2n}x_n & = & b'_2 & (3.9b) \\
a''_{33}x_3 + \dots\dots\dots + a''_{3n}x_n & = & b'_3 & (3.9c) \\
\vdots & & \vdots & \\
a_{nn}^{(n-1)}x_n & = & b_n^{(n-1)} & (3.9n)
\end{array}
$$

โดยจำนวนขีดเครื่องหมายดรรชนีบนหรือค่าในวงเล็บของดรรชนีบนแสดงจำนวนรอบของการกำจัดไปข้างหน้า

ข) <u>การแทนค่าย้อนกลับ</u> จากระบบสมการ (3.9) ค่า x_n สามารถคำนวณได้โดยตรงจากสมการสุดท้าย (3.9n) นั่นคือ

$$x_n = \frac{b_n^{(n-1)}}{a_{nn}^{(n-1)}} \tag{3.10a}$$

และจากนั้นก็สามารถหาค่า x_{n-1}, x_{n-2}, ..., x_2, x_1 โดยการแทนค่าย้อนกลับไปทีละสมการ โดยใช้ความสัมพันธ์ คือ

$$x_i = \frac{b_i^{(i-1)} - \sum_{j=i+1}^{n} a_{ij}^{(i-1)} x_j}{a_{ii}^{(i-1)}} \tag{3.10b}$$

โดยดรรชนีล่าง i แทนสมการอันดับที่ในระบบสมการ (3.9)

ลำดับขั้นตอนการแก้ระบบสมการเชิงเส้นด้วยวิธีการกำจัดแบบเกาส์โดยเริ่มจากสมการ (3.6) จนถึง (3.10) ได้ประดิษฐ์เป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ในรูปโปรแกรมย่อย [GUASS] ซึ่งแสดงรายละเอียดไว้ในภาคผนวก ข.

3.4 การหาค่าสูงสุดของฟังก์ชัน (Optimization technique)

กรรมวิธีการหาผลลัพธ์ (Solution technique) เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแยกออกได้เป็น 2 ประเภทใหญ่ๆ คือ การโปรแกรมเชิงเส้นตรง (Linear programming) และการโปรแกรมนอนลิเนียร์ (Nonlinear programming) กรรมวิธีการหาผลลัพธ์ของปัญหาแบบโปรแกรมเชิงเส้นตรงมีอยู่หลายวิธีด้วยกัน แต่วิธีที่ดีที่สุดและนิยมใช้กันอย่างแพร่หลายก็คือ วิธีซิมเพลค (Simplex Method) ส่วนปัญหาแบบการโปรแกรมนอนลิเนียร์นั้นยังไม่มีกรรมวิธีใดที่ดีที่สุดที่จะใช้หาผลลัพธ์ของทุกๆปัญหาได้ การโปรแกรมแบบสุ่มที่จะนำเสนอในงานวิจัยนี้ก็เป็นหนึ่งในกรรมวิธีที่ใช้หาผลลัพธ์แบบหนึ่งที่มีประสิทธิภาพในการแก้ปัญหาชนิดนอนลิเนียร์ ซึ่งลักษณะของรูปแบบปัญหาลิเนียร์และนอนลิเนียร์โดยทั่วไปหลักๆ จะประกอบด้วย

ก) มีสมการกำหนดเป้าหมาย (objective funcion) คือสมการแสดงความสัมพันธ์ของต้นทุน กำไร ฯลฯ เพื่อให้กำหนดเป้าหมายสูงสุดหรือต่ำสุด (maximize, minimize) เช่น วัตถุประสงค์ต้องการที่จะทำให้ต้นทุนต่ำสุด กำไรสูงสุด

ข) จะต้องมีตัวแปรตัดสินใจ โดยใช้สัญญลักษณ์ x_1 , x_2 , x_3,......, x_n ซึ่งเป็นตัวแปรที่ไม่ทราบค่าและต้องการหาค่าของตัวแปรเหล่านี้จะเป็นผลลัพธ์ที่ต้องการ

ค) มีสมการแสดงขอบข่าย (constraints) ซึ่งแสดงความจำกัดของปัจจัยหรือทรัพยากรที่มีอยู่ในรูปสมการ (equality) หรืออสมการ (inequality)

ง) ตัวแปรทุกตัวต้องมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับศูนย์ (all positive value)

จากรูปแบบของปัญหาดังกล่าวนี้ จะเห็นได้ว่าตัวค่าวัดผลการดำเนินงาน (measure of effectiveness) จะได้จากสมการกำหนดเป้าหมายซึ่งเราจะต้องพยายามหาค่าเป็นไปตามเป้าหมายโดยเทคนิคที่มีอยู่ ตัวแปรต่าง ๆ จะเป็นตัวแทนจำนวนปริมาณหรือค่าของปัจจัยที่มีอยู่จำกัดโดยการกำหนดของสมการหรืออสมการในขอบข่ายของปัญหา ผลการวิเคราะห์จะได้เป็นค่าของตัวแปรที่จะนำไปตัดสินใจเพื่อดำเนินการให้ได้ตามเป้าหมาย การกำหนดขอบข่ายของปัญหาด้วยสมการหรืออสมการนั้นเรากำหนดขึ้นตามความเป็นจริง ซึ่งจะมีโอกาศอยู่ในแบบอสมการมากกว่า

3.5 การแก้สมการนอนลิเนียร์ด้วยวิธีสุ่มค่า (Sequential search technique)

เนื่องจากในปัจจุบันยังไม่มีวิธีเฉพาะที่จะสามารถใช้แก้ปัญหานอนลิเนียร์ทุกชนิดได้ และยังไม่มีทฤษฎีที่จะสามารถประกันความเป็นค่าต่ำสุดหรือสูงสุด (Optimal point) ของผลลัพธ์จากปัญหานอนลิเนียร์ใด ๆ เหตุผลสำคัญเนื่องมาจากความแตกต่างของรูปแบบปัญหาซึ่งมีอยู่มากมายหลายลักษณะจนไม่มีวิธีใดซึ่งจะสามารถใช้ได้กับทุกรูปแบบปัญหา ไม่เหมือนกับรูปแบบปัญหาเชิงเส้นตรงซึ่งวิธีซิมเพคสามารถใช้แก้ปัญหาได้ทุกปัญหา

สำหรับในงานวิจัยนี้จะกล่าวถึงการโปรแกรมนอนลิเนียร์เฉพาะรูปแบบปัญหาที่มีอสมการขอบข่ายอยู่ในรูปแบบที่เป็นค่าคงที่ ซึ่งมีรูปแบบลักษณะดังนี้

- ค่าฟังก์ชันเป้าหมายสูงสุด $F_1(x_1, x_2, \ldots\ldots, x_{14})$

$$\frac{EER}{TCOST} = F_1(x_1, x_2, \ldots\ldots, x_{14})$$

เมื่อ $$EER = \frac{Q_e}{P + P_e + P_c}$$

$$Q_e = F_2(x_1, x_2)$$
$$P = F_3(x_1, x_2)$$
$$P_e = F_4(x_1, x_2, \ldots\ldots, x_8)$$
$$P_c = F_5(x_1, x_2, x_9, \ldots\ldots, x_{14})$$
$$\therefore EER = F_6(x_1, x_2, \ldots\ldots, x_{14})$$

และ $TCOST = Com + C_c + C_e$

$$Com = F_7(x_1 , x_2)$$
$$C_c = F_8(x_1 , x_2 , \ldots\ldots, x_8)$$
$$C_e = F_9(x_1 , x_2 , x_9 , \ldots\ldots, x_{14})$$
$$\therefore TCOST = F_{10}(x_1 , x_2 ,\ldots\ldots, x_{14})$$

ดังนั้น $\dfrac{EER}{TCOST} = F_1(x_1 , x_2 ,\ldots\ldots, x_{14})$

โดยที่ Q_e = ความสามารถในการทำความเย็น ,W

TCOST = ต้นทุนรวมทั้งหมด ,Bath

P = พลังงานของคอมเพรสเซอร์ ,W

P_e = พลังงานของพัดลมด้านอีวาโปเรเตอร์คอยล์ ,W

P_c = พลังงานของพัดลมด้านคอนเดนเซอร์คอยล์ ,W

Com = ต้นทุนของคอมเพรสเซอร์ ,Bath

C_e = ต้นทุนของอีวาโปเรเตอร์คอยล์ ,Bath

C_c = ต้นทุนของคอนเดนเซอร์คอยล์ ,Bath

x_1 = อุณหภูมิระเหยของน้ำยาด้านอีวาโปเรเตอร์คอยล์ , °C

x_2 = อุณหภูมิควบแน่นของน้ำยาด้านคอนเดนเซอร์คอยล์ , °C

x_3 = ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางภายนอกของท่อด้านอีวาโปเรเตอร์คอยล์ , mm

x_4 = ระยะห่างของท่อในแนวนอนด้านอีวาโปเรเตอร์คอยล์ , mm

x_5 = ระยะห่างของท่อในแนวตั้งด้านอีวาโปเรเตอร์คอยล์ , mm

x_6 = จำนวนแถวตั้งของคอยล์ด้านอีวาโปเรเตอร์คอยล์

x_7 = จำนวนท่อในหนึ่งแถวตั้งของคอยล์ด้านอีวาโปเรเตอร์คอยล์

x_8 = จำนวนแผ่นครีบต่อหน่วยความยาวด้านอีวาโปเรเตอร์คอยล์

x_9 = ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางภายนอกของท่อคอนเดนเซอร์คอยล์ , mm

x_{10} = ระยะห่างของท่อในแนวนอนคอนเดนเซอร์คอยล์ , mm

x_{11} = ระยะห่างของท่อในแนวตั้งคอนเดนเซอร์คอยล์ , mm

x_{12} = จำนวนแถวตั้งของคอยล์คอนเดนเซอร์คอยล์

x_{13} = จำนวนท่อในหนึ่งแถวตั้งของคอยล์คอนเดนเซอร์คอยล์

x_{14} = จำนวนแผ่นครีบต่อหน่วยความยาวคอนเดนเซอร์คอยล์

- อสมการเงื่อนไข $G_k \leq x_k \leq H_k$, $k = 1, 2, \ldots, 14$

เมื่อ $x_1, x_2, \ldots\ldots, x_{14}$ นั้นเป็นตัวแปรตัดสินใจ และขอบเขตอสมการเงื่อนไขบน G_k และล่าง H_k นั้นจะเป็นค่าคงที่

หลักการในเบื้องต้นของกรรมวิธีหาค่าสูงสุดกับปัญหาชนิดนอนลิเนียร์และมีอสมการขอบข่ายที่อยู่ในงานวิจัยนี้นั้นสามารถจะกระทำได้หลายๆ วิธี ซึ่งแบ่งออกได้เป็นประเภทใหญ่ๆ ได้ 2 ประเภท ตามลักษณะความสัมพันธ์ของฟังก์ชันเป้าหมายที่มีอยู่ คือ วิธีแรกที่ต้องการดิฟเฟอร์เรนเชียลแคลคูลัสมาช่วยโดยที่วิธีนี้จะเหมาะกับปัญหาที่ฟังก์ชันเป้าหมายมีความสัมพันธ์ของตัวแปรตัดสินใจที่อยู่ในรูปแบบที่เอื้ออำนวยต่อการหาอนุพันธ์ได้สะดวกและต้องเป็นฟังก์ชันที่มีความต่อเนื่องของตัวแปร วิธีดังกล่าวนี้ได้มีผู้ทำการพัฒนาและนำเสนอไว้หลายๆ ท่าน แต่ละวิธีมีลักษณะที่คล้ายๆ กันคือ มีฟังก์ชันเป้าหมายที่เอื้ออำนวยต่อการหาอนุพันธ์ได้สะดวก และมีข้อแตกต่างกันเล็กน้อยตรงที่วิธีการปรับทิศทางและระยะในการค้นหาเป้าหมาย สำหรับวิธีที่ได้รับความนิยมกันอย่างแพร่หลายนั้นเป็นวิธีที่นำเสนอโดย Rosenbrock [6] วิธีดังกล่าวนี้จะหาผลของการลู่สู่คำตอบในเฉพาะทิศทางที่ตั้งฉากกับทิศทางก่อนหน้านั้นเท่านั้น จึงทำให้ไม่คล่องตัวในการหาผลคำตอบเพราะใช้เวลาค่อนข้างมาก แต่ก็นับว่าวิธีดังกล่าวเป็นวิธีการในเบื้องต้นที่เหมาะจะศึกษาและนำไปปรับใช้กับวิธีอื่นๆ ที่มีประสิทธิภาพต่อไป

สำหรับอีกวิธีหนึ่ง คือวิธีการสืบค้นโดยตรงซึ่งไม่ต้องหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันเป้าหมายและเหมาะสำหรับฟังก์ชันที่มีลักษณะความสัมพันธ์ของตัวแปรไม่ต่อเนื่องและมี Contour เป็นแบบ Nonconvex สำหรับวิธีการที่นำมาปรับปรุงและพัฒนาใช้ในงานวิจัยดังกล่าวนี้นั้นเป็นรูปแบบหนึ่งของวิธีสืบค้นดังกล่าว จะแตกต่างกันที่วิธีที่นำเสนอนี้นั้นจะทำการสืบค้นจากชุดตัวแปรสุ่มที่ทำเลือกมา ซึ่งจะกระจายอยู่บริเวณภายในขอบเขตของตัวแปรตัดสินใจ

วิธีการนี้ Box [7] เคยนำเสนอโดยนำไปใช้กับปัญหาชนิดเชิงเส้นและมีอสมการขอบข่ายแบบไม่เป็นเชิงเส้น

ขั้นตอนของวิธีนี้จะเริ่มด้วยการกำหนดชุดตัวแปรตัดสินใจขึ้นมาจำนวน n+1 ชุด จากค่าของตัวเลขสุ่ม จากนั้นแทนค่าทั้งหมดเพื่อคำนวณหาค่าของฟังก์ชันเป้าหมาย แล้วเปรียบเทียบค่าฟังก์ชันเป้าหมายสูงสุดกับค่าฟังก์ชันเป้าหมายต่ำสุด จนกระทั่งผลต่างของทั้งสองนั้นมีค่าอยู่ในพิกัดตามเกณฑ์ที่กำหนด จึงสิ้นสุดการทำงาน

ข้อดีของวิธีดังกล่าวนี้ คือมีความสะดวกในการประดิษฐ์เป็นโปรแกรมถึงแม้ว่าต้องใช้หน่วยความจำสำหรับในการคำนวณค่อนข้างมาก แต่เนื่องจากว่าในปัจจุบันนี้วิทยาการของคอมพิวเตอร์ได้พัฒนาไปอย่างรวดเร็วเพียงพอที่จะรองรับปัญหาดังกล่าวได้เป็นอย่างดีวิธีนี้จึงมีความเหมาะสมแก่การนำมาประยุกต์ใช้กับงานวิจัยดังกล่าว

สำหรับรายละเอียดของขั้นตอนในการหาค่าสูงสุดของการสืบค้นแบบสุ่มค่าดังกล่าวนี้นั้นได้จัดทำเป็นไดอะแกรมประกอบการอธิบายไว้ดังรูป 3.1 ซึ่งจะประกอบไปด้วยขั้นตอนต่างๆ ดังนี้

ก) สร้างค่าพิกัดชุดตัวแปรตัดสินใจทั้งหมดจำนวน $k \geq n+2$ พิกัด(ค่าที่ Box แนะนำไว้คือ $k \geq n+1$) โดยที่ชุดตัวแปรชุดเริ่มต้นนั้นได้มาจากกำหนดค่าให้อยู่ภายในขอบเขตของอสมการขอบข่าย ส่วนตัวแปรอีกจำนวน k-2 ชุดที่เหลือจะสร้างจากค่าของตัวเลขสุ่ม โดยมีค่าความสัมพันธ์ตามสมการดังนี้คือ

$$x_{i,j} = G_j + r_{i,j}(H_i - G_i)$$

$$i = 1, 2, \ldots\ldots, n$$

และ $j = 1, 2, \ldots\ldots, k-2$

โดยที่ $r_{i,j}$ มีค่าอยู่ระหว่าง 0 และ 1

ข) ตรวจสอบค่าพิกัดตัวแปรที่สร้างขึ้นมา ถ้ามีค่าตัวแปรใดออกไปนอกขอบเขตอสมการขอบข่าย ทำการปรับเข้ามาให้อยู่ในช่วงของขอบเขตอสมการด้วยค่าพิกัดตัวแปรใหม่เท่ากับ G_j + 0.0001 สำหรับค่าพิกัดล่างหรือ H_j - 0.0001 สำหรับค่าพิกัดบน

ค) คำนวณค่าฟังก์ชันเป้าหมายที่แต่ละทุกชุดพิกัดตัวแปรที่ได้จากข้อ (ข) และทำการเปรียบเทียบหาชุดตัวแปรที่ให้ค่าฟังก์ชันสูงสุดและต่ำสุด จากนั้นตรวจสอบว่าผลต่างค่าของฟังก์ชันสูงสุดกับต่ำสุดดังกล่าวนั้นอยู่ภายในในเกณฑ์ที่กำหนด (10^{-5}) หรือไม่ ถ้าผลต่างดังกล่าวอยู่ในเกณฑ์ที่กำหนดการทำงานของโปรแกรมสิ้นสุดลง แต่ถ้าผลต่างดังกล่าวอยู่นอกเกณฑ์กำหนดจะดำเนินไปยังขั้นตอนในข้อ (ง)

ง) ถ้าชุดตัวแปรใดจากข้อ (ค) ให้ค่าฟังก์ชันต่ำสุดทำการปรับค่าพิกัดชุดตัวแปรดังกล่าวนั้นใหม่เป็นพิกัด

$$x_{i,j}(new) = \alpha(\bar{x}_{i,c} - x_{i,j}(old)) + \bar{x}_{i,c}$$

และ $$\bar{x}_{i,c} = \frac{1}{k-1}\left[\sum_{j=1}^{k} x_{i,j} - x_{i,j}(old)\right]$$

โดยที่ α = ตัวประกอบในการปรับระยะพิกัดของตัวแปร

= 1.3 ค่าแนะนำของ Box [7]

$\bar{x}_{i,c}$ = ค่าเฉลี่ยของพิกัดชุดตัวแปร

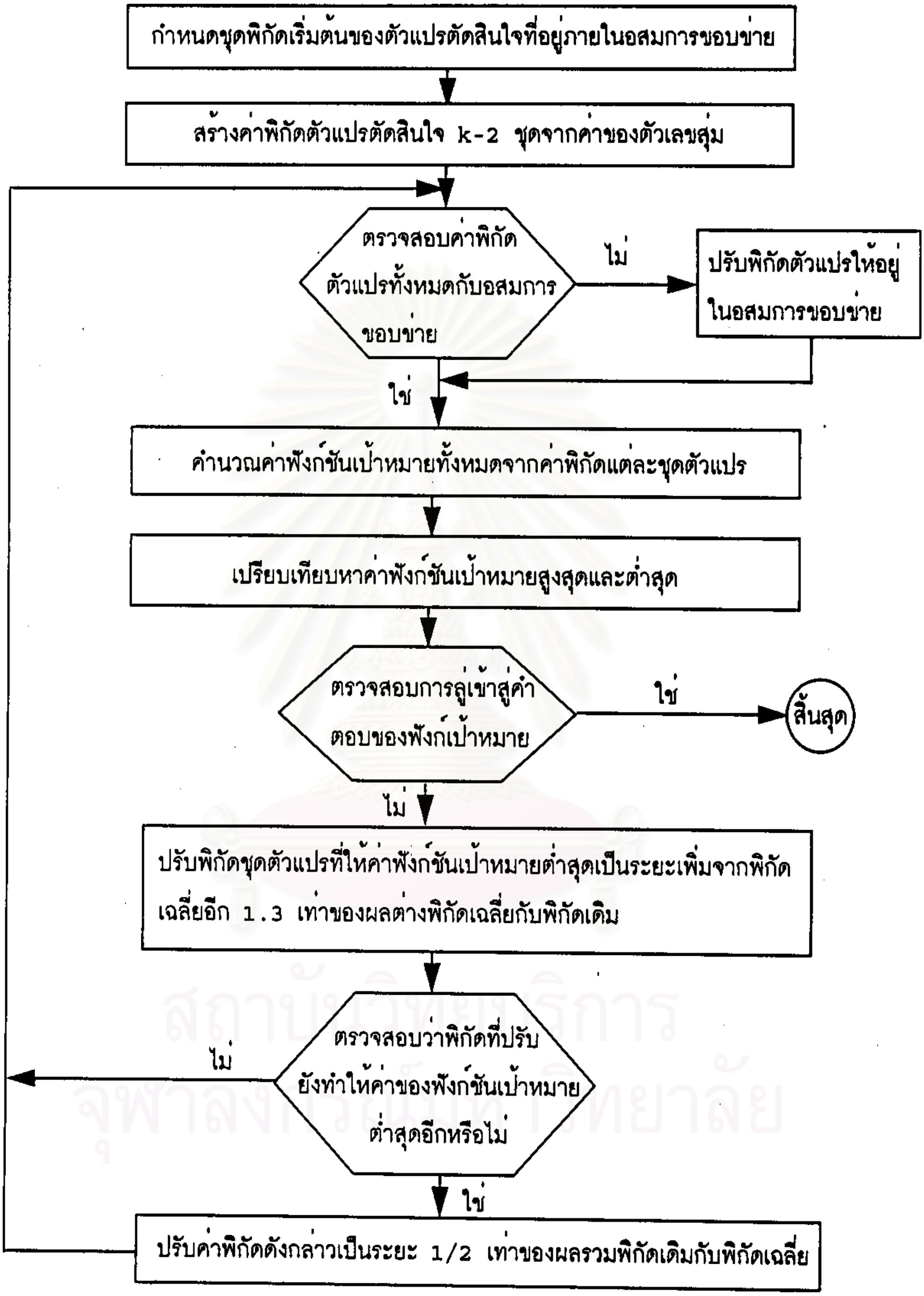
i = 1, 2,......., n

จ) ตรวจสอบค่าฟังก์ชันถ้าชุดตัวแปรเดิมจากข้อ (ง) ที่ปรับยังคงให้ค่าฟังก์ชันต่ำสุดเหมือนเดิมทำการปรับพิกัดใหม่เป็นระยะครึ่งหนึ่งของผลรวมของพิกัดเดิมกับพิกัดเฉลี่ยดังนี้

$$x_{i,j}(new) = \frac{1}{2}\left(\bar{x}_{i,c} + x_{i,j}(old)\right)$$

แล้วกลับไปดำเนินตามขั้นตอน (ข) แต่ถ้าฟังก์ชันต่ำสุดมีค่าพิกัดชุดตัวแปรเปลี่ยนไปให้กลับไปยังขั้นตอนข้อ (ข) โดยไม่ต้องทำการปรับพิกัด

ฉ) ดำเนินการซ้ำตามขั้นตอนตั้งแต่ข้อ (ก) จนถึงข้อ (จ) กระทั่งทำให้ผลต่างของค่าฟังก์ชันเป้าหมายสูงสุดและต่ำสุดอยู่ภายในเกณฑ์ (10^{-5}) โปรแกรมจึงหยุดทำงาน



รูป 3.1 ขั้นตอนการหาค่าสูงสุดของฟังก์ชัน