

การตัดไหมเพทรีเน็ตโดยใช้คุณสมบัติรกะเชิงเวลาแบบเมตริก



วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรดุษฎีบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมคอมพิวเตอร์ ภาควิชาวิศวกรรมคอมพิวเตอร์

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2564

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

Slicing of Time Petri Nets using Metric Temporal Logic Property



A Dissertation Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Doctor of Philosophy in Computer Engineering

Department of Computer Engineering

FACULTY OF ENGINEERING

Chulalongkorn University

Academic Year 2021

Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การตัดไหมเพทรีเน็ตโดยใช้คุณสมบัติแทรกเชิงเวลาแบบ เมตริก
โดย	น.ส.ปฏิมากร จริยฐิติพงศ์
สาขาวิชา	วิศวกรรมคอมพิวเตอร์
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก	รองศาสตราจารย์ ดร.วิวัฒน์ วัฒนาวุฒิ

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้หัวข้อวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่ง
ของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรดุษฎีบัณฑิต

.....	คณบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์
(ศาสตราจารย์ ดร.สุพจน์ เตชวรสินสกุล)	
คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์	ประธานกรรมการ
.....	
(ศาสตราจารย์ ดร.ประภาส จงสฤษดิ์วัฒนา)	อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก
.....	
(รองศาสตราจารย์ ดร.วิวัฒน์ วัฒนาวุฒิ)	กรรมการ
.....	
(รองศาสตราจารย์ ดร.พรศิริ หมั่นไชยศรี)	กรรมการ
.....	
(รองศาสตราจารย์ ดร.ทวีชัย เสนีวงศ์ ณ อยุธยา)	กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย
.....	
(ดร.เดชาชูชิต กตัญญูทวีทิพย์)	

ปฏิมากร จริยฐิติพงศ์ : การตัดไทม์เพทรีเน็ตโดยใช้คุณสมบัติตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก.
(Slicing of Time Petri Nets using Metric Temporal Logic Property) อ.ที่
ปรึกษาหลัก : รศ. ดร.วิวัฒน์ วัฒนาวุฒิ

ไทม์เพทรีเน็ตเป็นเครื่องมือสำหรับการสร้างแบบจำลองและทวนสอบระบบเวลาจริง ปฏิภูมิสถานะของไทม์เพทรีเน็ตนั้นมีอัตราการเติบโตแบบเอกโพเนนเชียลเนื่องจากความซับซ้อนของระบบเวลาจริง ซึ่งปฏิภูมิสถานะที่มีขนาดใหญ่มากอาจทำให้เกิดการระเบิดของปฏิภูมิสถานะในการทำโมเดลเชิงกึ่ง งานวิจัยนี้จึงนำเสนออัลกอริทึมการตัดไทม์เพทรีเน็ตโดยใช้สูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริกเพื่อลดขนาดไทม์เพทรีเน็ตโดยการกำจัดเพลสและทรานสิชันที่ไม่เกี่ยวข้องกับมาร์คกิงเริ่มต้นและคุณสมบัติของสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก นอกจากนี้ อัลกอริทึมที่นำเสนอยังนำเสนอกราฟฟังก์ชันซึ่งแสดงเป็นกราฟฟังก์ชันที่แสดงช่วงเวลาโกลบอลของการยิงของทรานสิชันเพื่อแสดงพฤติกรรมการทำงานของไทม์เพทรีเน็ต โดยไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์นั้นยังคงเส้นทางการทำงานที่จำเป็นทั้งหมดสำหรับการทำโมเดลเชิงกึ่ง ดังนั้น โมเดลเชิงกึ่งสามารถสร้างปฏิภูมิสถานะที่เพียงพอต่อการทวนสอบเมื่อเทียบกับไทม์เพทรีเน็ตที่ไม่ได้ตัด

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

สาขาวิชา วิศวกรรมคอมพิวเตอร์
ปีการศึกษา 2564

ลายมือชื่อนิสิต
ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาหลัก

5871414021 : MAJOR COMPUTER ENGINEERING

KEYWORD: dynamic slicing, global firing dependency graph, metric temporal logic, state space reduction, structural reduction, time Petri net

Patimakorn Chariyathitipong : Slicing of Time Petri Nets using Metric Temporal Logic Property. Advisor: Assoc. Prof. Wiwat Vatanawood, Ph.D.

The time Petri net is a powerful tool for modeling and verifying real-time systems. Unfortunately, the state spaces of the time Petri net grow exponentially due to the complexity of real-time systems. The enormous size of the state spaces could also cause state explosion problems in model checking. This dissertation proposes an alternative slicing of the time Petri net algorithm written as a metric temporal logic formula to reduce the size of the time Petri net by eliminating the place and transition sets that are irrelevant to the initial marking and the properties of the metric temporal logic formula. Furthermore, our algorithm proposes an alternative dependency graph representing the global firing time interval of the transition to representing the behavior of the time Petri net. The result preserves all necessary execution paths for the model checking of a particular metric temporal logic formula. Therefore, model checking can generate sufficient state space for verification equivalent to the unsliced time Petri net.

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

Field of Study: Computer Engineering

Student's Signature

Academic Year: 2021

Advisor's Signature

กิตติกรรมประกาศ

งานวิจัยนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดีด้วยความเมตตาและการดูแลอย่างดียิ่งจาก รองศาสตราจารย์ ดร.วิวัฒน์ วัฒนาวุฒิ อาจารย์ที่ปรึกษาผู้ที่ให้ความช่วยเหลือและคำแนะนำทั้งทางด้านวิชาการและแนวทางการใช้ชีวิตมาตลอดตั้งแต่การศึกษาในระดับปริญญาโท จนกระทั่งการศึกษาในระดับปริญญาเอกของข้าพเจ้าในครั้งนี้ ทำให้ข้าพเจ้าผ่านพ้นอุปสรรคต่าง ๆ ไปได้ด้วยดี

ขอขอบพระคุณ ศาสตราจารย์ ดร.ประภาส จงสถิตย์วัฒนา รองศาสตราจารย์ ดร.พรศิริ หมื่นไวยศรี รองศาสตราจารย์ ดร. ทวีติย์ เสนิวังศ์ ณ อยุธยา และอาจารย์ ดร. เดชานุกิต กตัญญูทวีทิพย์ ที่ให้ความอนุเคราะห์ในการเป็นกรรมการสอบ และกรุณาให้คำแนะนำและแนวทางอันเป็นประโยชน์ในการปรับปรุงวิทยานิพนธ์เพื่อให้งานมีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ขอขอบพระคุณคณาจารย์ภาควิชาวิศวกรรมคอมพิวเตอร์ คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย สำหรับความเมตตา ความรู้ และประสบการณ์อันมีค่าของข้าพเจ้าตลอดระยะเวลาที่ข้าพเจ้าได้ศึกษาที่นี่ และขอขอบคุณมหาวิทยาลัยราชภัฏศรีสะเกษ สำหรับโอกาสในการศึกษาต่อในครั้งใหม่ของข้าพเจ้า และขอขอบคุณพี่ ๆ น้อง ๆ เพื่อน ๆ ปริญญาโท และปริญญาเอก สำหรับมิตรภาพที่ดีและน้ำใจที่มีให้ตลอดมา รวมทั้งเพื่อนทุกคนที่ให้การช่วยเหลือข้าพเจ้าตลอดระยะเวลาที่ข้าพเจ้าได้ศึกษาอยู่ที่นี่

สุดท้ายนี้ข้าพเจ้าขอขอบคุณ "ครอบครัว" ของข้าพเจ้า สำหรับความห่วงใยและกำลังใจ รวมทั้งให้การช่วยเหลือและสนับสนุนข้าพเจ้าในทุก ๆ ด้านเหมือนทุกครั้งที่ผ่านมา

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ปฎิมากร จริยฐิติพงษ์

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ค
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	ง
กิตติกรรมประกาศ.....	จ
สารบัญ.....	ฉ
สารบัญตาราง.....	ณ
สารบัญรูปภาพ.....	ญ
บทที่ 1 บทนำ	1
1.1 ที่มาและความสำคัญของปัญหา	1
1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย	3
1.3 ขอบเขตการวิจัย	3
1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากการวิจัย	3
1.5 บทความวิชาการที่ได้รับการตีพิมพ์เผยแพร่	3
บทที่ 2 ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	4
2.1 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง	4
2.1.1 ไทม์เพทรีเน็ต	4
2.1.2 เมตริกซ์ขาเข้าและเมตริกซ์ขาออกของไทม์เพทรีเน็ต	7
2.1.3 การอธิบายการทำงานของระบบด้วยไทม์เพทรีเน็ต.....	8
2.1.4 รูปแบบการทำงานของระบบกับไทม์เพทรีเน็ต.....	12
2.1.5 ตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก	14
2.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	20
2.2.1 งานวิจัยการแก้ปัญหาการระเบิดของปริภูมิสถานะในการทวนสอบไทม์เพทรีเน็ต	20

2.2.2 งานวิจัยการตัดไหมพริ้นต์	21
บทที่ 3 การสร้างกราฟฟังก์ชันของการยิงจากไหมพริ้นต์	22
3.1 โครงสร้างของกราฟฟังก์ชันของการยิง	22
3.2 การสร้างกราฟฟังก์ชันของการยิง	27
3.2.1 การสร้างเซตของโหนดการยิง.....	28
3.2.2 การสร้างเซตของโหนดการยิงเริ่มต้น	28
3.2.3 การสร้างเซตของเส้นเชื่อมในกราฟฟังก์ชันของการยิง.....	29
3.2.4 การคำนวณหาเวลาโกลบอลของการยิงทรานสิชัน.....	32
3.3 อัลกอริทึมการสร้างกราฟฟังก์ชันของการยิง.....	36
3.4 การวิเคราะห์การทำงานของไหมพริ้นต์ด้วยกราฟฟังก์ชันของการยิง.....	38
บทที่ 4 การตัดไหมพริ้นต์โดยใช้คุณสมบัติตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก	44
4.1 วิธีการตัดไหมพริ้นต์โดยใช้คุณสมบัติตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก	44
4.1.1 การสกัดหาเกณฑ์การตัดจากสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก.....	47
4.1.2 การตัดกราฟฟังก์ชันของการยิง.....	57
4.1.3 การแปลงกราฟฟังก์ชันของการยิงเป็นไหมพริ้นต์ผลลัพธ์	60
4.2 อัลกอริทึมการตัดไหมพริ้นต์โดยใช้คุณสมบัติตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก.....	65
4.3 ตัวอย่างการตัดไหมพริ้นต์โดยใช้คุณสมบัติตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก	69
4.3.1 ไหมพริ้นต์ของระบบสั่งการและควบคุมป้องกันภัยทางอากาศ.....	70
4.3.2 คุณสมบัติของระบบที่ต้องการทวนสอบ.....	70
4.3.3 วิธีการตัดไหมพริ้นต์โดยใช้คุณสมบัติตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก.....	73
4.3.4 การเปรียบเทียบโครงสร้างและพฤติกรรมของไหมพริ้นต์ก่อนตัดกับไหมพริ้นต์ ผลลัพธ์.....	78
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ	86
5.1 สรุปผลการวิจัย.....	86

5.2 ข้อเสนอแนะและแนวทางในการพัฒนา	88
บรรณานุกรม.....	89
ประวัติผู้เขียน.....	93



สารบัญตาราง

	หน้า
ตารางที่ 2.1 รายละเอียดเพลสของระบบผู้ผลิตและผู้บริโภค	6
ตารางที่ 2.2 รายละเอียดทรานสิชันและเวลาดีเลย์ของระบบผู้ผลิตและผู้บริโภค	6
ตารางที่ 4.1 รายละเอียดเพลสของระบบสั่งการและควบคุมป้องกันภัยทางอากาศ [42]	72
ตารางที่ 4.2 รายละเอียดทรานสิชันและเวลาดีเลย์ของระบบ [42].....	73
ตารางที่ 4.3 เปรียบเทียบโครงสร้างของไหม้เพทรีเน็ตก่อนตัดกับไหม้เพทรีเน็ตผลลัพธ์.....	78
ตารางที่ 4.4 เปรียบเทียบพฤติกรรมของไหม้เพทรีเน็ตผลลัพธ์ที่ตัดด้วยคุณสมบัติที่ 1.....	80
ตารางที่ 4.5 เปรียบเทียบพฤติกรรมของไหม้เพทรีเน็ตผลลัพธ์ที่ตัดด้วยคุณสมบัติที่ 2.....	82
ตารางที่ 4.6 เปรียบเทียบพฤติกรรมของไหม้เพทรีเน็ตผลลัพธ์ที่ตัดด้วยคุณสมบัติที่ 3.....	84

สารบัญรูปร่างภาพ

	หน้า
รูปที่ 2.1 ตัวอย่างไหม้เพทรีเน็ตของระบบผู้ผลิตและผู้บริโภค [35]	6
รูปที่ 2.2 ลักษณะการทำงานของทรานซิสชัน [35].....	14
รูปที่ 2.3 รูปร่างลำดับโมเดลแบบเส้นตรงของตัวดำเนินการเชิงเวลา	17
รูปที่ 2.4 ตัวอย่างการตีความสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก	19
รูปที่ 3.1 ตัวอย่างกราฟฟังก์ชันของการยิงของไหม้เพทรีเน็ต	24
รูปที่ 3.2 ภาพรวมของขั้นตอนการสร้างกราฟฟังก์ชันของการยิง	27
รูปที่ 4.1 ภาพรวมของขั้นตอนการตัดไหม้เพทรีเน็ตโดยใช้คุณสมบัติตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก	46
รูปที่ 4.2 ตัวอย่างไหม้เพทรีเน็ตก่อนตัดด้วยสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก $p2 \rightarrow \diamond 3,5p7$..	49
รูปที่ 4.3 ตัวอย่างผลการตัดกราฟฟังก์ชันของการยิง	59
รูปที่ 4.4 ตัวอย่างไหม้เพทรีเน็ตผลลัพธ์ที่ได้จากการตัดไหม้เพทรีเน็ตด้วย $p2 \rightarrow \diamond 3,5p7$..	62
รูปที่ 4.5 ไหม้เพทรีเน็ตของระบบสั่งการและควบคุมป้องกันภัยทางอากาศ [42].....	71
รูปที่ 4.6 ไหม้เพทรีเน็ตผลลัพธ์ที่ได้จากการตัดไหม้เพทรีเน็ตด้วยคุณสมบัติที่ 1	75
รูปที่ 4.7 ไหม้เพทรีเน็ตผลลัพธ์ที่ได้จากการตัดไหม้เพทรีเน็ตด้วยคุณสมบัติที่ 2	76

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ที่มาและความสำคัญของปัญหา

ไทม์เพทรีเน็ต (Time Petri Net, TPN) เป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่นิยมใช้ในการแสดงและพิจารณาพฤติกรรมของระบบเวลาจริง (real time systems) ที่มีการทำงานแบบพร้อมกัน การทำงานแบบอะซิงโครนัส การทำงานแบบกระจาย หรือการทำงานแบบขนาน โดยไทม์เพทรีเน็ตสามารถจำลองเส้นทางการทำงานที่เป็นได้ทั้งหมดของระบบเวลาจริงตั้งแต่ระบบเริ่มทำงานด้วยมาร์คกิงเริ่มต้นและเงื่อนไขเวลาที่กำหนดด้วยปริภูมิสถานะ (state space) เพื่อแสดงพฤติกรรมทั้งหมดที่เป็นไปได้ของระบบที่อาจเกิดขึ้น

แต่ละสถานะของไทม์เพทรีเน็ตในปริภูมิสถานะนั้นเป็นคลาสที่ถูกเรียกว่า คลาสของสถานะ (state class) [1] ประกอบด้วย มาร์คกิงและเงื่อนไขเวลาของแต่ละทรานสิชันสำหรับการยิงทรานสิชันในลำดับการยิงทรานสิชัน ทำให้ขนาดปริภูมิสถานะมีขนาดใหญ่และซับซ้อนมากขึ้นกว่าระบบที่ไม่ใช่ระบบเวลาจริง ทั้งนี้ขนาดของปริภูมิสถานะขึ้นกับขนาดและความซับซ้อนของระบบด้วย อัตราการเติบโตแบบเอกโพเนนเชียล [2] ซึ่งถ้าปริภูมิสถานะมีขนาดใหญ่มากอาจมีขนาดเกินกว่าพื้นที่หน่วยความจำที่สามารถจัดเก็บได้หรือต้องใช้เวลาค้นหาคุณสมบัติในปริภูมิสถานะนานเกินไป ทำให้เกิดการระเบิดของปริภูมิสถานะ (state space explosion) ซึ่งเป็นปัญหาสำคัญของกระบวนการทำโมเดลเช็กกิง (model checking)

ที่ผ่านมามีหลายงานวิจัยนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาการระเบิดของปริภูมิสถานะโดยการลดขนาดปริภูมิสถานะให้มีขนาดเล็กลงด้วยเทคนิคต่าง ๆ เพื่อลดจำนวนสถานะที่ซับซ้อนในการท่องไปในปริภูมิสถานะในขณะทวนสอบ สำหรับการทวนสอบไทม์เพทรีเน็ตนั้นม้งานวิจัยที่ประยุกต์ใช้เทคนิค on the fly เพื่อลดขนาดปริภูมิสถานะ โดยการสร้างปริภูมิสถานะตามความต้องการแล้วทวนสอบทีละส่วนจนกระทั่งได้ผลการทวนสอบที่ต้องการแทนการสร้างปริภูมิสถานะทั้งหมดในครั้งเดียว [3-6] บางงานวิจัยประยุกต์ใช้เทคนิค partial order reduction ในการสร้างปริภูมิสถานะโดยการลดความซับซ้อนของสถานะที่อาจมีหลายลำดับการยิงทรานสิชันที่แตกต่างกัน [7-10] นอกจากนี้ [11] นำเสนอวิธีการสร้างเซตของ stubborn สำหรับไทม์เพทรีเน็ตซึ่งสนใจเฉพาะทรานสิชันและเงื่อนไขการยิงที่เข้าถึงได้เท่านั้น โดยเซตของ stubborn เป็นเซตของทรานสิชันที่ไม่มีผลกระทบหรือเข้าถึงได้จากทรานสิชันที่อยู่นอกเซตของ stubborn และ [12] นำเทคนิคการสมมาตรของกราฟมาใช้ลดขนาดปริภูมิสถานะ โดยสร้างสถานะเพียง 1 สถานะเท่านั้นจาก 2 สถานะที่เหมือนกัน

นอกจากนี้เทคนิคการลดขนาดแบบจำลองก่อนเข้าสู่กระบวนการทวนสอบเป็นอีกหนึ่งวิธีที่นิยมนำมาใช้ในการแก้ปัญหาการระเบิดของปริภูมิสถานะ ทั้งนี้เพื่อกำจัดโครงสร้างที่ไม่จำเป็นหรือไม่สามารถเข้าถึงได้ของแบบจำลองตามเกณฑ์ที่กำหนด สำหรับการลดขนาดไทม์เพทรีเน็ตนั้น ส่วนใหญ่จะนำเสนอวิธีการลดโครงสร้างของไทม์เพทรีเน็ตด้วยกฎลดรูป [13-16]

เทคนิคการตัดแบบจำลอง (slicing model) เป็นอีกหนึ่งเทคนิคในการลดขนาดแบบจำลอง โดยการประยุกต์มาจากเทคนิคการตัดโปรแกรม (program slicing) เช่น การตัดแผนภาพยูเอ็มแอล เพื่อลดความซับซ้อนของแผนภาพยูเอ็มแอล [17] การตัดแบบจำลองเพื่อลดความซับซ้อนของแบบจำลอง [18] สำหรับการทวนสอบซอฟต์แวร์มีการประยุกต์ใช้เทคนิคการตัดแบบจำลองมาช่วยลดขนาดแบบจำลองก่อนเข้าสู่กระบวนการทวนสอบ [19] ไม่ว่าจะเป็นการตัดโปรแกรมโพรเมลาเพื่อลดขนาดโปรแกรมก่อนการทวนสอบด้วยเครื่องมือสปีน [20-22] การตัดไทม์ออโตมาตาเพื่อลดขนาดไทม์ออโตมาตาก่อนการทวนสอบ [23-25] การตัดต้นไม้เชิงพฤติกรรม (behavior trees) เพื่อลดขนาดต้นไม้ก่อนการทวนสอบ [26] หรือการตัดเพทรีเน็ตด้วยการตัดที่แตกต่างกันเพื่อลดขนาดเพทรีเน็ตก่อนการทวนสอบ [19, 27-33] สำหรับแนวคิดการตัดแบบจำลองนั้นโดยส่วนใหญ่จะพิจารณาพฤติกรรมของแบบจำลองทั้งระบบก่อนแล้วจึงพิจารณาตัดแบบจำลองที่ไม่เกี่ยวข้องกับเกณฑ์การตัดออกจากแบบจำลอง โดยการพิจารณาพฤติกรรมของแบบจำลองนั้น มีหลายงานวิจัยนำกราฟพึ่งพา (dependency graph) มาช่วยในการพิจารณาพฤติกรรมของระบบนั้น โดยแตกต่างกันตามวัตถุประสงค์ของการตัดแบบจำลองนั้น [30, 34] สำหรับการตัดไทม์เพทรีเน็ตนั้น จากการทบทวนวรรณกรรมต่าง ๆ พบว่ายังไม่มียานวิจัยที่นำเทคนิคการตัดมาประยุกต์ใช้ในการลดขนาดโครงสร้างของไทม์เพทรีเน็ต

ดังนั้น ผู้วิจัยจึงมีแนวคิดที่จะนำเทคนิคการตัดมาประยุกต์ใช้ในการลดขนาดโครงสร้างของไทม์เพทรีเน็ตเพื่อตัดเพลสและทรานสิชันที่ไม่เกี่ยวข้องกับการทวนสอบไทม์เพทรีเน็ตให้เหลือเฉพาะส่วนที่เกี่ยวข้องหรือจำเป็นกับการทวนสอบเท่านั้น โดยในงานวิจัยนี้เลือกใช้สูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริกเป็นส่วนนำเสนอคุณสมบัติของระบบมาเป็นเกณฑ์การตัด

งานวิจัยนี้นำเสนอขั้นตอนวิธีการตัดไทม์เพทรีเน็ตโดยใช้ตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก เพื่อลดขนาดไทม์เพทรีเน็ตที่ไม่เกี่ยวข้องหรือไม่จำเป็นสำหรับการทวนสอบไทม์เพทรีเน็ตด้วยสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก โดยงานวิจัยนี้นำเสนอกราฟพึ่งพาของการยิงซึ่งเป็นกราฟพึ่งพาที่แสดงความสัมพันธ์ของทรานสิชันที่อยู่ในสถานะยิงทรานสิชันเพื่ออธิบายพฤติกรรมการทำงานของระบบและประยุกต์ใช้เทคนิคการตัดแบบพลวัต (dynamic slicing) สำหรับการพิจารณาตัดโครงสร้างไทม์เพทรีเน็ต โดยผลลัพธ์สุดท้ายที่ได้จากการตัดไทม์เพทรีเน็ตนั้น คือ ไทม์เพทรีเน็ตที่มีขนาดเล็กลงแต่ยังคงโครงสร้างและพฤติกรรมเหมือนไทม์เพทรีเน็ตก่อนตัด ทั้งนี้เมื่อนำผลลัพธ์ที่ได้จากการตัดไป

ประยุกต์ใช้ร่วมกับการทวนสอบที่ใช้เทคนิคการลดปริมาณสถานะเทคนิคอื่น ๆ แล้วปริมาณสถานะของไทม์เพทรีเน็ตที่ถูกตัดมีขนาดเล็กกว่าการใช้วิธีการลดปริมาณสถานะเพียงอย่างเดียว

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

นำเสนอวิธีการตัดไทม์เพทรีเน็ตโดยใช้ตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริกเป็นเกณฑ์การตัด เพื่อลดขนาดไทม์เพทรีเน็ตที่ใช้ในการทวนสอบระบบด้วยตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก

1.3 ขอบเขตการวิจัย

- 1) เสนอวิธีการตัดไทม์เพทรีเน็ตโดยใช้สูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริกเป็นเกณฑ์การตัด
- 2) การตัดไทม์เพทรีเน็ต ครอบคลุมไทม์เพทรีเน็ตที่มีการทำงานแบบตามลำดับ การทำงานแบบขัดแย้ง การทำงานพร้อมกัน การทำงานแบบซิงโครไนซ์ และการทำงานแบบผสม
- 3) การตัดไทม์เพทรีเน็ต ครอบคลุมสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริกที่มีตัวดำเนินการเชิงเวลา $\square, \diamond, \bigcirc, \varphi_1, \mathcal{U}, \varphi_2$
- 4) ทดสอบการตัดไทม์เพทรีเน็ต
- 5) ประเมินผลการตัดไทม์เพทรีเน็ต โดยวิเคราะห์อัตราการใช้เวลาของอัลกอริทึมการตัดไทม์เพทรีเน็ตโดยใช้สูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริกเป็นเกณฑ์การตัด

1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับการวิจัย

- 1) ได้วิธีการตัดไทม์เพทรีเน็ตโดยใช้สูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริกเป็นเกณฑ์การตัด
- 2) สามารถนำวิธีการตัดไทม์เพทรีเน็ตไปประยุกต์ใช้สำหรับการทวนสอบไทม์เพทรีเน็ตด้วยสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก เพื่อช่วยลดพื้นที่หน่วยความจำในการสร้างปริมาณสถานะ และลดเวลาในการค้นหาคุณสมบัติในการทวนสอบ
- 3) สามารถนำวิธีการตัดไทม์เพทรีเน็ตไปประยุกต์ใช้ร่วมกับวิธีการลดปริมาณสถานะอื่น ๆ ที่ทำงานในกระบวนการทวนสอบ

1.5 บทความวิชาการที่ได้รับการตีพิมพ์เผยแพร่

บทความวิชาการที่ได้รับการตีพิมพ์ในวารสารทางวิชาการระดับนานาชาติจำนวน 1 ฉบับ
ดังนี้

P. Chariyathitipong and W. Vatanawood, “Dynamic Slicing of Time Petri Net Based on MTL Property”, Journal of IEEE Access, Volume 10, pp. 45207 – 45218, 2022.

บทที่ 2

ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

บทนี้นำเสนอทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง โดยหัวข้อที่ 2.1 นำเสนอทฤษฎีพื้นฐานของไทม์เพทรีเน็ตและตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก และหัวข้อที่ 2.2 นำเสนองานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับลดขนาดโมเดลก่อนกระบวนการทวนสอบเพื่อลดขนาดปริภูมิสถานะเมื่อทวนสอบ

2.1 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

การทวนสอบระบบเวลาจริงนั้นประกอบด้วยแบบจำลองที่อธิบายพฤติกรรมการทำงานของระบบที่ต้องการทวนสอบ และคุณสมบัติของระบบที่ต้องการทวนสอบ ในงานวิจัยนี้ใช้ไทม์เพทรีเน็ตเป็นแบบจำลองที่อธิบายพฤติกรรมของระบบที่ต้องการทวนสอบ และใช้ตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริกเขียนแทนคุณสมบัติของระบบที่ต้องการทวนสอบ

ส่วนนี้แนะนำเสนอทฤษฎีพื้นฐานของไทม์เพทรีเน็ตและตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก โดยหัวข้อที่ 2.1.1 นำเสนอโครงสร้างของไทม์เพทรีเน็ต หัวข้อที่ 2.1.2 นำเสนอการแทนฟังก์ชันขาเข้าและฟังก์ชันขาออกของไทม์เพทรีเน็ตด้วยเมตริกซ์ประชิด หัวข้อที่ 2.1.3 นำเสนอการอธิบายการทำงานของระบบด้วยไทม์เพทรีเน็ต และหัวข้อที่ 2.1.4 นำเสนอตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก

2.1.1 ไทม์เพทรีเน็ต

ไทม์เพทรีเน็ต (Time Petri Net) เป็นกราฟสองส่วนแบบมีทิศทาง ประกอบด้วย เพลสเป็นโหนดที่แสดงถึงเงื่อนไข ทรานสิชันเป็นโหนดที่แสดงถึงเหตุการณ์ โดยมีป้ายกำกับของทรานสิชันเป็นเวลาที่สามารถึงทรานสิชันได้หลังจากที่ทรานสิชันพร้อมทำงาน และเส้นเชื่อมแบบมีทิศทางเชื่อมระหว่างเพลสกับทรานสิชัน โครงสร้างของไทม์เพทรีเน็ตสามารถนิยามได้ดังนิยามที่ 1

นิยามที่ 1 ไทม์เพทรีเน็ต

ไทม์เพทรีเน็ต $TPN = (P, T, B, F, m_0, st)$ ประกอบด้วย 6 ส่วน ดังนี้

- P เป็นเซตของเพลสที่มีขนาดจำกัด
- T เป็นเซตของทรานสิชันที่มีขนาดจำกัด โดยที่ $P \cap T = \emptyset$
- $B: (P \times T) \rightarrow \mathbb{N}$ เป็นฟังก์ชันขาเข้าซึ่งกำหนดค่าถ่วงน้ำหนักของเส้นเชื่อมขาเข้าจากเพลสไปทรานสิชัน โดยที่ \mathbb{N} เป็นจำนวนเต็มบวก
- $F: (T \times P) \rightarrow \mathbb{N}$ เป็นฟังก์ชันขาออกซึ่งกำหนดค่าถ่วงน้ำหนักของเส้นเชื่อมขาออกจากทรานสิชันไปเพลส โดยที่ \mathbb{N} เป็นจำนวนเต็มบวก

- m_0 เป็นมาร์คกิงเริ่มต้น โดยที่มาร์คกิง $m(p)$ แทนจำนวนโทเค็นที่บรรจุในเพลส p เมื่อ $p \in P$

- $st: T \rightarrow \mathbb{Q}^+ \times \mathbb{Q}^+ \cup \{\infty\}$ เป็นฟังก์ชันช่วงเวลาดีเลย์ที่สามารถยิงทรานสิชันได้ เมื่อ \mathbb{Q}^+ เป็นจำนวนตรรกยะบวก โดยแต่ละทรานสิชันจะมีเวลา $st(t) = [est(t), lst(t)]$ กำกับ เมื่อ $est(t)$ และ $lst(t)$ เป็นเวลาที่น้อยที่สุดและมากที่สุดที่ทรานสิชัน t สามารถเข้าสู่สถานะยิงทรานสิชันได้หลังจากที่ทรานสิชันเข้าสู่สถานะพร้อมทำงาน และ $est(t) \leq lst(t)$

โครงสร้างใหม่เพทรีเน็ตถูกนำเสนอด้วยกราฟสองส่วนแบบมีทิศทาง ประกอบด้วย โหนด 2 ประเภท และเส้นเชื่อม คือ เซตของเพลสใช้รูปวงกลมเป็นสัญลักษณ์แทนเพลส และภายในเพลสบรรจุด้วยจุดดำซึ่งเป็นสัญลักษณ์แทนโทเค็น เพื่อแสดงว่าเพลสนั้นกำลังทำงานอยู่ โดยจำนวนและตำแหน่งของโทเค็นอาจเปลี่ยนแปลงในขณะที่ใหม่เพทรีเน็ตทำงาน

เซตของทรานสิชันใช้รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเป็นสัญลักษณ์แทนทรานสิชัน และมีป้ายกำกับแต่ละทรานสิชันด้วยช่วงเวลาดีเลย์ที่สามารถยิงทรานสิชัน ซึ่งช่วงเวลาที่กำกับในแต่ละทรานสิชันนั้นประกอบด้วยจำนวนตรรกยะบวก 2 ค่า คือ เวลาที่น้อยที่สุดและเวลาที่มากที่สุดที่ยิงทรานสิชันได้ หลังจากที่ยิงทรานสิชันพร้อมทำงาน กล่าวคือ ทรานสิชัน t มีกำหนดช่วงเวลาดีเลย์ $st(t) = [\alpha, \beta]$ และเข้าสู่สถานะพร้อมทำงานที่เวลา τ ดังนั้น ทรานสิชัน t สามารถยิงทรานสิชันได้ระหว่างเวลา $\tau + \alpha$ ถึงเวลา $\tau + \beta$

ส่วนเส้นเชื่อมแบบมีทิศทางใช้ลูกศรเชื่อมระหว่างเพลสกับทรานสิชัน และมีค่าถ่วงน้ำหนักกำกับอยู่แต่ละเส้นเชื่อมแทนจำนวนโทเค็นที่ต้องใช้เมื่อเดินทางผ่านเส้นเชื่อม โดยเส้นเชื่อมจากเพลสไปยังทรานสิชัน เรียกว่า เพลสขาเข้า (input place) หรือทรานสิชันขาออก (output transition) ส่วนเส้นเชื่อมจากทรานสิชันไปยังเพลส เรียกว่า เพลสขาออก (output place) หรือทรานสิชันขาเข้า (input transition) สามารถกำหนดสัญลักษณ์และคุณสมบัติได้ดังนี้

$\bullet t = \{p \mid p \in P \wedge B(p, t) > 0\}$ เป็นเซตของเพลสขาเข้าของทรานสิชัน t

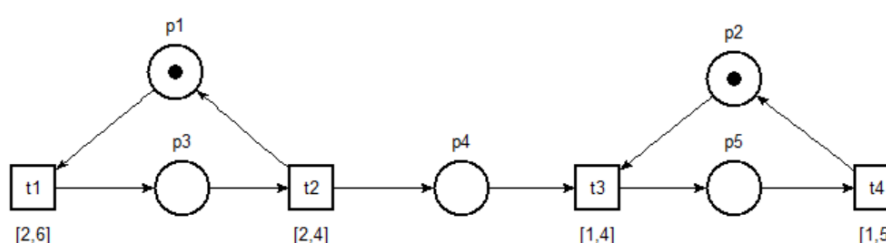
$t \bullet = \{p \mid p \in P \wedge F(t, p) > 0\}$ เป็นเซตของเพลสขาออกของทรานสิชัน t

$\bullet p = \{t \mid t \in T \wedge F(t, p) > 0\}$ เป็นเซตของทรานสิชันขาเข้าของเพลส p

$p \bullet = \{t \mid t \in T \wedge B(p, t) > 0\}$ เป็นเซตของทรานสิชันขาออกของเพลส p

ตัวอย่างที่ 1 ไทม์เพทรีเน็ต

ระบบผู้ผลิตและผู้บริโภค ประกอบด้วย ส่วนผู้ผลิตมีหน้าที่ผลิตสินค้าและส่วนผู้บริโภคมีหน้าที่บริโภคสินค้า โดยผู้ผลิตใช้เวลาการผลิตสินค้า 2-6 หน่วยเวลา และใช้เวลาจัดส่งสินค้า 2-4 หน่วยเวลา เมื่อจัดส่งสินค้าเรียบร้อยแล้วจะเข้าสู่กระบวนการผลิตอีกครั้ง ส่วนผู้บริโภคใช้เวลาการรับสินค้า 1-4 หน่วยเวลา และใช้เวลาบริโภคสินค้า 1-5 หน่วยเวลา เมื่อบริโภคสินค้าเรียบร้อยแล้วจะเข้าสู่กระบวนการรอสินค้าชิ้นใหม่ สามารถสร้างไทม์เพทรีเน็ตได้ดังรูปที่ 2.1 โดยรายละเอียดเพลสแสดงในตารางที่ 2.1 และรายละเอียดทรานสิชันและเวลาดีเลย์ที่สามารถทำงานได้แสดงในตารางที่ 2.2



รูปที่ 2.1 ตัวอย่างไทม์เพทรีเน็ตของระบบผู้ผลิตและผู้บริโภค [35]

ตารางที่ 2.1 รายละเอียดเพลสของระบบผู้ผลิตและผู้บริโภค

เพลส	คำอธิบาย
p_1	ผู้ผลิตว่าง
p_2	ผู้บริโภคว่าง
p_3	ผู้ผลิตกำลังผลิตสินค้า
p_4	สินค้าพร้อมส่งไปยังผู้บริโภค
p_5	ผู้บริโภคกำลังบริโภคสินค้า

ตารางที่ 2.2 รายละเอียดทรานสิชันและเวลาดีเลย์ของระบบผู้ผลิตและผู้บริโภค

ทรานสิชัน	คำอธิบาย	เวลาดีเลย์ของการยิงทรานสิชัน
t_1	ผู้ผลิตผลิตสินค้า	[2, 6]
t_2	ผู้ผลิตส่งสินค้า	[2, 4]
t_3	ผู้บริโภครับสินค้า	[1, 4]
t_4	ผู้บริโภคบริโภคสินค้า	[1, 5]

จากรูปที่ 2.1 ไทม์เพทรีเน็ตของระบบผู้ผลิตและผู้บริโภค ประกอบด้วย เพลส ทรานสิชัน ฟังก์ชันค่าถ่วงน้ำหนักของเส้นเชื่อมระหว่างเพลสกับทรานสิชัน มาร์คคิงเริ่มต้น ช่วงเวลาตีเลขที่สามารถถึงทรานสิชันได้ของแต่ละทรานสิชัน มีรายละเอียดดังนี้

- เซตของเพลส $P = \{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5\}$
- เซตของทรานสิชัน $T = \{t_1, t_2, t_3, t_4, t_5\}$
- ค่าถ่วงน้ำหนักของเส้นเชื่อมขาเข้าจากเพลสไปทรานสิชัน $B(x) = 1; x \in \{(p_1, t_1), (p_2, t_3), (p_3, t_2), (p_4, t_3), (p_5, t_4)\}$
- ค่าถ่วงน้ำหนักของเส้นเชื่อมขาออกจากทรานสิชันไปเพลส $F(x) = 1; x \in \{(t_1, p_3), (t_2, p_1), (t_2, p_4), (t_3, p_5), (t_4, p_2)\}$
- มาร์คคิงเริ่มต้น $m_0 = (1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0)^T$
- เวลาตีเลขที่สามารถถึงทรานสิชันได้ที่กำกับในแต่ละทรานสิชัน $st(t_1) = [2,6], st(t_2) = [2,4], st(t_3) = [1,4], st(t_4) = [1,5]$

2.1.2 เมตริกซ์ขาเข้าและเมตริกซ์ขาออกของไทม์เพทรีเน็ต

โครงสร้างของไทม์เพทรีเน็ตสามารถถูกนำเสนอด้วยสมการทางคณิตศาสตร์ กราฟ เมตริกซ์เวกเตอร์ หรือสัญลักษณ์อื่น ๆ โดยการนำเมตริกซ์มาแทนโครงสร้างของไทม์เพทรีเน็ตนั้น บางงานวิจัย [35] ใช้เมตริกซ์ตกรกระทบ (incidence matrix) แทนโครงสร้างของไทม์เพทรีเน็ต บางงานวิจัย [36] ใช้เมตริกซ์ประชิด (adjacency matrix) แทนโครงสร้างของไทม์เพทรีเน็ต ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับวัตถุประสงค์ในการวิเคราะห์การทำงานของไทม์เพทรีเน็ตในงานวิจัยนั้น ๆ

ดังนั้น เพื่อให้สะดวกต่อการคำนวณหาเส้นทางการทำงานของไทม์เพทรีเน็ต งานวิจัยนี้ใช้เมตริกซ์ประชิดแทนเส้นเชื่อมขาเข้าในฟังก์ชันขาเข้าและเส้นเชื่อมขาออกในฟังก์ชันขาออกของไทม์เพทรีเน็ต ในที่นี้เรียกเมตริกซ์ประชิดที่แทนเส้นเชื่อมขาเข้าว่า เมตริกซ์ขาเข้า (input matrix) โดยเมตริกซ์ขาเข้าแทนเส้นเชื่อมขาเข้าจากเพลสไปทรานสิชันในไทม์เพทรีเน็ต สามารถกำหนดโครงสร้างเมตริกซ์ขาเข้าได้ตั้งนิยามที่ 2 และเรียกเมตริกซ์ประชิดที่แทนเส้นเชื่อมขาออกว่า เมตริกซ์ขาออก (output matrix) โดยเมตริกซ์ขาออกแทนเส้นเชื่อมขาออกจากทรานสิชันไปเพลสในไทม์เพทรีเน็ต สามารถกำหนดโครงสร้างเมตริกซ์ขาออกได้ตั้งนิยามที่ 3

นิยามที่ 2 เมตริกซ์ขาเข้า

กำหนดให้ $TPN = (P, T, B, F, m_0, st)$ เป็นไทม์เพทรีเน็ต

จะได้ว่า

เมตริกซ์ขาเข้า $BM = [bm_{i,j}]$ เป็นเมตริกซ์ขนาด $|P| \times |T|$ โดยที่

$$bm_{i,j} = \begin{cases} 1, & B(p_i, t_j) > 0 \\ 0, & \text{กรณีอื่น} \end{cases}$$

นิยามที่ 3 เมตริกซ์ขาออก

กำหนดให้ $TPN = (P, T, B, F, m_0, st)$ เป็นไทม์เพทรีเน็ต
จะได้ว่า

เมตริกซ์ขาออก $FM = [fm_{i,j}]$ เป็นเมตริกซ์ขนาด $|T| \times |P|$ โดยที่

$$fm_{i,j} = \begin{cases} 1, & F(t_i, p_j) > 0 \\ 0, & \text{กรณีอื่น} \end{cases}$$

ตัวอย่างที่ 2 เมตริกซ์ขาเข้าและเมตริกซ์ขาออก

จากไทม์เพทรีเน็ตที่แสดงในรูปที่ 2.1 สามารถสร้างเมตริกซ์ขาเข้าของไทม์เพทรีเน็ต BM และเมตริกซ์ขาออกของไทม์เพทรีเน็ต FM ได้ดังนี้

จากค่าถ่วงน้ำหนักของเส้นเชื่อมขาเข้าจากเพลสไปทรานสิชัน $B(x) = 1; x \in \{(p_1, t_1), (p_2, t_3), (p_3, t_2), (p_4, t_3), (p_5, t_4)\}$

สามารถสร้างเมตริกซ์ขาเข้าของไทม์เพทรีเน็ต BM ขนาด $|P| \times |T| = 5 \times 4$ คือ

$$BM = \begin{matrix} & \begin{matrix} t_1 & t_2 & t_3 & t_4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \\ p_5 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

จากค่าถ่วงน้ำหนักของเส้นเชื่อมขาออกจากทรานสิชันไปเพลส $F(x) = 1;$
 $x \in \{(t_1, p_3), (t_2, p_1), (t_2, p_4), (t_3, p_5), (t_4, p_2)\}$

สามารถสร้างเมตริกซ์ขาออกของไทม์เพทรีเน็ต FM ขนาด $|T| \times |P| = 4 \times 5$ คือ

$$FM = \begin{matrix} & \begin{matrix} p_1 & p_2 & p_3 & p_4 & p_5 \end{matrix} \\ \begin{matrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \\ t_4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

2.1.3 การอธิบายการทำงานของระบบด้วยไทม์เพทรีเน็ต

เมื่อพิจารณาโครงสร้างของไทม์เพทรีเน็ต จะพบว่า ไทม์เพทรีเน็ตแสดงถึงเหตุการณ์ใด ๆ ในระบบด้วยทรานสิชัน และแสดงเงื่อนไขการทำงานของเหตุการณ์ใด ๆ ด้วยเพลส โดยเพลสขาเข้าของทรานสิชันแทนเงื่อนไขก่อนการเกิดเหตุการณ์หรือก่อนการยิงทรานสิชัน และเพลสขาออกแทนเงื่อนไขหลังการเกิดเหตุการณ์หรือหลังจากยิงทรานสิชัน สำหรับเวลาตีเลยที่กำกับที่ทรานสิชันนั้น แทนเงื่อนไขเวลาตีเลยที่ทรานสิชันสามารถยิงทรานสิชันได้หลังจากที่ทรานสิชันพร้อมทำงาน นอกจากนี้ไทม์เพทรีเน็ตแสดงเงื่อนไขก่อนการทำงานที่ส่งผลให้ระบบเริ่มทำงานด้วยมาร์คกิงเริ่มต้น

สำหรับการทำงานของไทม์เพทรีเน็ตนั้นสามารถอธิบายพฤติกรรมของระบบโดยจำลองการทำงาน
 ของระบบตั้งแต่ระบบเริ่มทำงานจนกระทั่งจบการทำงานด้วยการเดินทางของโทเค็นใน
 ไทม์เพทรีเน็ต โดยไทม์เพทรีเน็ตแทนการทำงานหรือการเกิดเหตุการณ์ใด ๆ ด้วยการยิงทรานสิชัน
 และควบคุมการทำงานของทรานสิชัน ณ เวลาใด ๆ ด้วยคลาสของสถานะ (state class)
 ประกอบด้วย เพลสมาร์คกิง (place marking) แสดงเพลสหรือเงื่อนไขก่อนการทำงานที่ส่งผลให้
 ทรานสิชันพร้อมทำงาน และทรานสิชันมาร์คกิง (transition marking) แสดงเงื่อนไขเวลาที่
 ทรานสิชันพร้อมทำงานใด ๆ สามารถยิงทรานสิชันได้ โดยคุณสมบัติของเซตของทรานสิชันพร้อม
 ทำงานด้วยมาร์คกิง m แสดงดังนิยามที่ 4 และโครงสร้างของคลาสของสถานะแสดงดังนิยามที่ 5

สามารถแสดงรายละเอียดการทำงานของไทม์เพทรีเน็ตได้ดังนี้

1) ณ คลาสของสถานะ $S = (m, f)$ ถ้าจำนวนโทเค็นในเพลสขาเข้าของทรานสิชัน t มีค่า
 มากกว่าค่าถ่วงน้ำหนักของเส้นเชื่อมขาเข้าจากเพลสขาเข้ามายังทรานสิชัน t แสดงว่า เงื่อนไขก่อน
 ทำงานของทรานสิชัน t เป็นจริง แล้ว ทรานสิชัน t จะเปลี่ยนสถานะเป็นทรานสิชันพร้อมทำงาน
 (enable transition) และเป็นสมาชิกของเซตของทรานสิชันพร้อมทำงานด้วยมาร์คกิง m แสดงว่า
 ทรานสิชัน t พร้อมทำงาน ณ คลาสของสถานะ $S = (m, f)$

2) ณ คลาสของสถานะ $S = (m, f)$ ถ้า เวลาสัมพัทธ์ของการยิงทรานสิชันอยู่ในช่วงเวลา
 ระหว่างเวลาที่น้อยที่สุดที่ทรานสิชัน t สามารถยิงทรานสิชันได้ กับค่าที่น้อยที่สุดของเซตของ
 เวลาที่มากที่สุดที่ทรานสิชันพร้อมทำงานด้วยมาร์คกิง m สามารถยิงทรานสิชันได้แล้วทรานสิชัน
 t จะเปลี่ยนสถานะเป็นยิงทรานสิชัน (firing transition) สามารถแสดงเงื่อนไขการยิงทรานสิชันได้ดัง
 นิยามที่ 6

3) เมื่อทรานสิชัน t ยิงทรานสิชันแล้วจะส่งผลให้เปลี่ยนสถานะจากคลาสของสถานะ
 $S = (m, f)$ เป็นคลาสของสถานะ $S' = (m', f')$ โดยไทม์เพทรีเน็ตจะลบโทเค็นออกจากเพลส
 ขาเข้าของทรานสิชัน t และเพิ่มโทเค็นในเพลสขาออกของทรานสิชัน t ดังแสดงในเพลสมาร์คกิง m'
 และส่งผลให้เงื่อนไขเวลาที่ทรานสิชันพร้อมทำงานใด ๆ สามารถยิงทรานสิชันได้เปลี่ยนไป ดังแสดง
 ในทรานสิชันมาร์คกิง f' สามารถแสดงการเปลี่ยนสถานะจากการยิงทรานสิชันได้ดังนิยามที่ 7

4) ระบบจะดำเนินการไปเรื่อย ๆ จนจบการทำงาน กล่าวคือ ถ้าเงื่อนไขก่อนทำงานของ
 ทรานสิชันเป็นจริง แล้วทรานสิชันจะพร้อมทำงาน จากนั้นเมื่อถึงเวลาที่กำหนดแล้วทรานสิชันจะ
 ยิงทรานสิชัน ส่งผลให้เกิดการเปลี่ยนคลาสของสถานะ วนทำซ้ำจนกระทั่งจบการทำงานหรือไม่มี
 ทรานสิชันใดสามารถยิงทรานสิชันได้แล้ว โดยลำดับการทำงานของไทม์เพทรีเน็ตสามารถอธิบาย
 ลำดับการทำงานของระบบได้ สามารถเขียนแทนลำดับการทำงานของไทม์เพทรีเน็ตได้ด้วยลำดับการ
 ยิงทรานสิชัน แสดงดังนิยามที่ 8

นิยามที่ 4 เซตของทรานสิชันพร้อมทำงานด้วยมาร์คกิง m

กำหนดให้ $TPN = (P, T, B, F, m_0, st)$ เป็นไทม์เพทรีเน็ต

m เป็นมาร์คกิง โดยที่ $m(p)$ แทนจำนวนโทเค็นที่บรรจุในเพลส p เมื่อ $p \in P$

จะได้ว่า

$EN(m) = \{t \in T | m(p) \geq B(p, t)\}$ เป็นเซตของทรานสิชันพร้อมทำงานด้วยมาร์คกิง m

นิยามที่ 5 คลาสของสถานะ

กำหนดให้ $TPN = (P, T, B, F, m_0, st)$ เป็นไทม์เพทรีเน็ต

จะได้ว่า

คลาสของสถานะของไทม์เพทรีเน็ต TPN เป็นคู่อันดับ $S = (m, f)$ โดยที่

- $m: P \rightarrow \mathbb{N}$ เป็นเพลสมาร์คกิง โดยที่ $m(p)$ แทนจำนวนโทเค็นที่บรรจุใน p เมื่อ $p \in P$

- $f: EN \rightarrow \theta$ เป็นทรานสิชันมาร์คกิง โดยที่ $EN(m)$ เป็นเซตของทรานสิชันพร้อมทำงานด้วยมาร์คกิง m และ $\theta(t)$ เป็นเวลาที่ทรานสิชัน t สามารถยิงทรานสิชันได้

นิยามที่ 6 เงื่อนไขการยิงทรานสิชัน

กำหนดให้ $TPN = (P, T, B, F, m_0, st)$ เป็นไทม์เพทรีเน็ต

$EN(m)$ เป็นเซตของทรานสิชันพร้อมทำงานด้วยมาร์คกิง m

จะได้ว่า

ทรานสิชันพร้อมทำงาน t สามารถยิงทรานสิชันได้ที่เวลา $\theta(t)$ โดยที่

$$est(t) \leq \theta(t) \leq \min\{lst(t_k)\} \text{ เมื่อ } t_k \in EN(m)$$

นิยามที่ 7 การเปลี่ยนสถานะจากการยิงทรานสิชัน

กำหนดให้ $TPN = (P, T, B, F, m_0, st)$ เป็นไทม์เพทรีเน็ต

จะได้ว่า

ถ้า ทรานสิชัน t ยิงทรานสิชันที่เวลา $\theta(t) = [\alpha, \beta]$ ณ คลาสของสถานะ $S = (m, f)$

แล้ว คลาสของสถานะ $S = (m, f)$ จะเปลี่ยนเป็นคลาสของสถานะ $S' = (m', f')$ โดยที่

$$m'(p) = m(p) - B(p, t) + F(t, p)$$

$$f'(t) = \begin{cases} [\max\{0, est(t) - \beta\}, lst(t) - \alpha], & t \in (EN(m) \cap EN(m')) \\ st(t), & t \in (EN(m') - (EN(m))) \end{cases}$$

สามารถเขียนแทนการเปลี่ยนคลาสของสถานะจาก S เป็น S' ได้ด้วย $(S, \theta(t), S')$

นิยามที่ 8 ลำดับการยิงทรานสิชัน

กำหนดให้ $TPN = (P, T, B, F, m_0, st)$ เป็นโทมเพทรีเน็ต

$(t_i, \theta_i(t_i))$ แทนทรานสิชัน t_i ยิงทรานสิชัน ณ คลาสของสถานะ S_{i-1} ที่เวลา $\theta_i(t_i)$

จะได้ว่า

ถ้า ทรานสิชัน t_1 พร้อมทำงาน ณ คลาสของสถานะ $S_0 = (m_0, f_0)$ และมีลำดับของการยิงทรานสิชัน คือ $\sigma = (t_1, \theta_1(t_1)), (t_2, \theta_2(t_2)) \dots (t_{n-1}, \theta_{n-1}(t_{n-1})), (t_n, \theta_n(t_n))$ โดยที่ $1, 2, \dots, n$ เป็นลำดับการยิงทรานสิชัน แล้ว

คลาสของสถานะจะเปลี่ยนจากคลาสของสถานะ $S_0 = (m_0, f_0)$ เป็น $S_n = (m_n, f_n)$ คือ $(S_0, \sigma, S_n) = (S_0, \theta_1(t_1), S_1), (S_1, \theta_2(t_2), S_2), \dots, (S_{n-1}, \theta_n(t_n), S_n)$

สามารถเขียนแทนลำดับการยิงทรานสิชัน σ ได้ด้วยทรานสิชัน คือ $t_1, t_2, \dots, t_{n-1}, t_n$

ตัวอย่างที่ 3 การอธิบายทำงานของระบบด้วยโทมเพทรีเน็ต

จากตัวอย่างที่ 1 สามารถจำลองการทำงานของกระบวนการผลิตดังนี้

ระบบเริ่มทำงานเมื่อผู้ผลิตและผู้บริโภคว่าง ณ คลาสของสถานะเริ่มต้น $S_0 = (m_0, f_0)$ โดยที่ $m_0 = (1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0)^T$ และ $f_0 = \{2 \leq \theta(t_1) \leq 6\}$

จากนั้นผู้ผลิตเริ่มผลิตสินค้า แทนเหตุการณ์ด้วยทรานสิชัน t_1 ยิงทรานสิชัน

จากนิยามที่ 6 ทรานสิชัน t_1 ยิงทรานสิชันเมื่อเวลา $\theta(t_1) = [2, 6]$

ส่งผลให้เปลี่ยนคลาสของสถานะเป็น $S_1 = (m_1, f_1)$ โดยที่ $m_1 = (0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0)^T$ และ $f_1 = \{2 \leq \theta(t_2) \leq 4\}$ สามารถเขียนแทนการเปลี่ยนสถานะด้วย $(S_0, \theta(t_1), S_1)$

เมื่อผลิตสินค้าเสร็จผู้ผลิตจะจัดส่งสินค้า แทนเหตุการณ์ด้วยทรานสิชัน t_2 ยิงทรานสิชัน

จากนิยามที่ 6 ทรานสิชัน t_2 ยิงทรานสิชันเมื่อเวลา $\theta(t_2) = [2, 4]$

ส่งผลให้เปลี่ยนคลาสของสถานะเป็น $S_2 = (m_2, f_2)$ โดยที่ $m_2 = (1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0)^T$ และ $f_2 = \{2 \leq \theta(t_1) \leq 6, 1 \leq \theta(t_3) \leq 4\}$ สามารถเขียนแทนการเปลี่ยนสถานะด้วย $(S_1, \theta(t_2), S_2)$

จากนั้นเข้าสู่กระบวนการผลิตอีกครั้ง แทนเหตุการณ์ผู้ผลิตเริ่มผลิตสินค้าด้วย t_1 ยิงทรานสิชัน

จากนิยามที่ 6 ทรานสิชัน t_1 ยิงทรานสิชันเมื่อเวลา $\theta(t_1) = [2, 6]$

ส่งผลให้เปลี่ยนคลาสของสถานะเป็น $S_3 = (m_3, f_3)$ โดยที่ $m_3 = (0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0)^T$ และ $f_2 = \{2 \leq \theta(t_2) \leq 4, 1 \leq \theta(t_3) \leq 4\}$ สามารถเขียนแทนการเปลี่ยนสถานะด้วย $(S_2, \theta(t_1), S_3)$

ดังนั้น ลำดับการทำงานของกระบวนการผลิตแสดงได้ด้วยลำดับการยิงทรานสิชัน $t_1 t_2 t_1$

2.1.4 รูปแบบการทำงานของระบบกับโหนดเพทรินเน็ต

โหนดเพทรินเน็ตเป็นแบบจำลองที่แสดงการทำงานของระบบ โดยโครงสร้างของโหนดเพทรินเน็ตสามารถอธิบายรูปแบบการทำงานของระบบได้ดังนี้

1) การทำงานตามลำดับ (sequential)

ทรานสิชันทำงานตามลำดับ ก็ต่อเมื่อ เฟลสขาออกของทรานสิชันเป็นเฟลสขาเข้าของทรานสิชันอีกทรานสิชันหนึ่ง กล่าวคือ ทรานสิชัน t_i มีเส้นเชื่อมไปเฟลสขาออก p_i และเฟลส p_i มีเส้นเชื่อมมาเข้าที่ทรานสิชัน t_j ดังนั้นทรานสิชัน t_i และ t_j เป็นทรานสิชันทำงานตามลำดับ

ทรานสิชันทำงานตามลำดับจะยิงทรานสิชันตามลำดับการทำงาน กล่าวคือ ให้ทรานสิชัน t_i แทนเหตุการณ์ i และทรานสิชัน t_j แทนเหตุการณ์ j โดยที่เหตุการณ์ i ทำงานก่อนเหตุการณ์ j ดังนั้น การยิงทรานสิชัน t_i เกิดก่อนการยิงทรานสิชัน t_j

จากรูปที่ 2.2(ก) ซึ่งแสดงตัวอย่างทรานสิชันทำงานตามลำดับ จะเห็นว่า ทรานสิชัน t_1 และทรานสิชัน t_2 เป็นทรานสิชันทำงานตามลำดับ ดังนั้น ลำดับการยิงทรานสิชันคือ $t_1 t_2$

2) การทำงานแบบขัดแย้ง (conflict)

ทรานสิชันทำงานแบบขัดแย้งกัน ก็ต่อเมื่อ ทรานสิชันมีเส้นเชื่อมมาเข้าจากเฟลสเดียวกัน กล่าวคือ ทรานสิชัน t_i และ t_j มีเส้นเชื่อมมาเข้าจากเฟลส p_i ดังนั้น ทรานสิชัน t_i และทรานสิชัน t_j เป็นทรานสิชันทำงานแบบขัดแย้งกัน

ทรานสิชันทำงานแบบขัดแย้งกันสามารถยิงทรานสิชันได้เพียง 1 ทรานสิชันเท่านั้น กล่าวคือ ถ้าทรานสิชัน t_i และทรานสิชัน t_j เป็นทรานสิชันทำงานแบบขัดแย้งกัน แล้วเมื่อทรานสิชัน t_i ยิงทรานสิชันแล้วทรานสิชัน t_j จะไม่สามารถยิงทรานสิชันได้และถูกลบออกจากเซตของทรานสิชันพร้อมทำงาน

จากรูปที่ 2.2(ข) ซึ่งแสดงตัวอย่างทรานสิชันทำงานแบบขัดแย้ง จะเห็นว่า ทรานสิชัน t_1 และทรานสิชัน t_2 เป็นทรานสิชันทำงานแบบขัดแย้งกัน ดังนั้น ลำดับการยิงทรานสิชันคือ t_1 หรือ t_2 ขึ้นอยู่กับเงื่อนไขการยิง

3) การทำงานพร้อมกัน (concurrency)

ทรานสิชันทำงานแบบพร้อมกัน ก็ต่อเมื่อ ทรานสิชันมีเส้นเชื่อมขาออกมากกว่า 1 เฟลส กล่าวคือ ทรานสิชัน t_i มีเส้นเชื่อมขาออกไปเฟลส p_i และเฟลส p_j ดังนั้น ทรานสิชัน t_i ทำงานแบบพร้อมกัน

เมื่อยิงทรานสิชันทำงานแบบพร้อมกัน แล้วจะเพิ่มโทเค้นในเฟลสขาออกทุกเฟลสตามค่าถ่วงน้ำหนักของเส้นเชื่อมขาออกนั้น ๆ กล่าวคือ ถ้าทรานสิชัน t_i เป็นทรานสิชันทำงานแบบ

พร้อมกันซึ่งมีเพลสขาออก p_i และเพลสขาออก p_j แล้วเมื่อยิงทรานสิชัน t_i แล้วจะเพิ่มโทเค็นในเพลส p_i และเพลส p_j

จากรูปที่ 2.2(ค) ซึ่งแสดงตัวอย่างทรานสิชันทำงานแบบพร้อมกัน จะเห็นว่า ทรานสิชัน t_1 เป็นทรานสิชันทำงานแบบพร้อมกัน เมื่อยิงทรานสิชัน t_1 ส่งผลให้เพลสมาร์คคิงเปลี่ยนแปลงค่าจากมาร์คคิงเริ่มต้น $m_0 = (1\ 0\ 0\ 0\ 0)$ เป็นเพลสมาร์คคิง $m_1 = (0\ 1\ 1\ 0\ 0)$

4) การทำงานแบบซิงโครไนซ์ (synchronization)

ทรานสิชันทำงานแบบซิงโครไนซ์ ก็ต่อเมื่อ ทรานสิชันมีเส้นเชื่อมขาเข้ามากกว่า 1 เพลส กล่าวคือ ทรานสิชัน t_i มีเส้นเชื่อมขาเข้าจากเพลส p_i และเพลส p_j ดังนั้น ทรานสิชัน t_i ทำงานแบบซิงโครไนซ์

ทรานสิชันทำงานแบบซิงโครไนซ์พร้อมทำงาน ก็ต่อเมื่อ ทุกมาร์คคิงของเพลสขาเข้ามีค่าอย่างน้อยเท่ากับค่าถ่วงน้ำหนักเส้นเชื่อมจากเพลสไปทรานสิชัน กล่าวคือ ถ้า ทรานสิชัน t_i เป็นทรานสิชันทำงานแบบซิงโครไนซ์ซึ่งมีเพลสขาเข้า p_i และเพลสขาเข้า p_j แล้ว ทรานสิชัน t_i พร้อมทำงาน ก็ต่อเมื่อ $m(p_i) \geq B(p_i, t_i)$ และ $m(p_j) \geq B(p_j, t_i)$

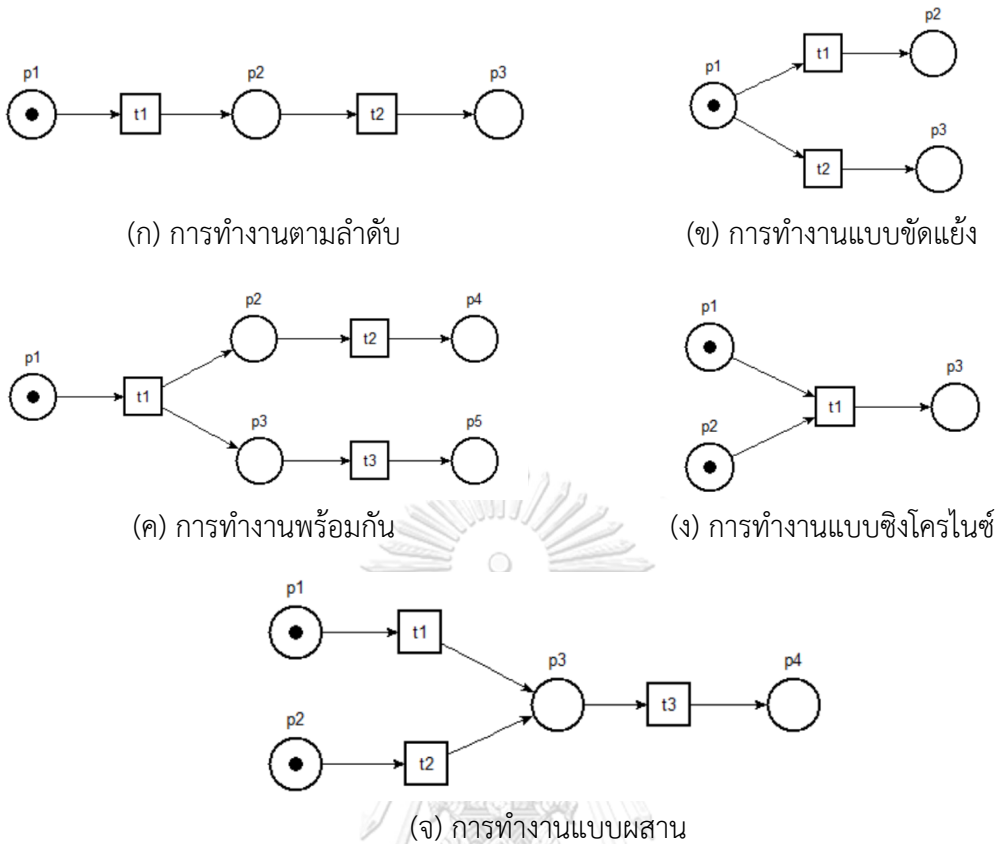
จากรูปที่ 2.2(ง) ซึ่งแสดงตัวอย่างทรานสิชันทำงานแบบซิงโครไนซ์ จะเห็นว่า ถ้าทรานสิชัน t_1 เป็นทรานสิชันทำงานแบบซิงโครไนซ์ แล้ว ทรานสิชัน t_1 พร้อมทำงานด้วยมาร์คคิง $m = (1\ 1\ 0)$

5) การทำงานแบบผสม (merging)

ทรานสิชันทำงานแบบผสม ก็ต่อเมื่อ ทรานสิชันมีเพลสขาออกเป็นเพลสเดียวกัน กล่าวคือ ถ้าทรานสิชัน t_i มีเส้นเชื่อมขาออกไปเพลส p_i และทรานสิชัน t_j มีเส้นเชื่อมขาออกไปเพลส p_i แล้ว ทรานสิชัน t_i และทรานสิชัน t_j ทำงานแบบผสม

ลำดับการยิงของทรานสิชันในกลุ่มทรานสิชันทำงานแบบผสมขึ้นอยู่กับเงื่อนไขการยิงของทรานสิชัน กล่าวคือ ถ้าทรานสิชัน t_i และทรานสิชัน t_j เป็นทรานสิชันทำงานแบบผสม แล้วลำดับการยิงทรานสิชันที่เป็นไปได้คือ $t_i t_j$ หรือ $t_j t_i$

จากรูปที่ 2.2(จ) ซึ่งแสดงตัวอย่างทรานสิชันทำงานแบบผสม จะเห็นว่า ทรานสิชัน t_1 และทรานสิชัน t_2 เป็นทรานสิชันทำงานแบบผสม ดังนั้น ลำดับการยิงทรานสิชันคือ $t_1 t_2$ หรือ $t_2 t_1$



รูปที่ 2.2 ลักษณะการทำงานของทรานสิชัน [35]

2.1.5 ตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก

ตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก (Metric Temporal Logic, MTL) ถูกนำเสนอโดย Rajeev Alur ในปี 1991 โดยตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริกเป็นส่วนขยายของตรรกะเชิงเวลาเชิงเส้น (Linear Temporal Logic, LTL) ที่เพิ่มเงื่อนไขเวลาที่ตัวดำเนินการเชิงเวลา จึงทำให้ตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริกสามารถอ้างอิงคุณสมบัติด้านเวลาได้

สูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก (Metric Temporal Logic formula) เป็นประพจน์เชิงประกอบ ประกอบด้วย ประพจน์เดี่ยว และตัวดำเนินการเชื่อมระหว่างประพจน์ใด ๆ โดยตัวดำเนินการในสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก ประกอบด้วย ตัวดำเนินการทางตรรกะ และตัวดำเนินการเชิงเวลา สัญลักษณ์ที่ใช้ในสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก ประกอบด้วย

- 1) เซตของตัวถูกดำเนินการ คือ ประพจน์เดี่ยว (atomic propositions) หรือเฟลส
- 2) เซตของตัวดำเนินการทางตรรกะ (logical operator) ประกอบด้วย

- ตัวดำเนินการนิเสธ คือ ตัวดำเนินการทางตรรกะซึ่งประพจน์ให้ค่าความจริงเป็นค่าความจริงตรงกันข้ามกับประพจน์ตั้งต้น สัญลักษณ์ที่ใช้คือ \neg

- ตัวดำเนินการและ คือ ตัวดำเนินการทางตรรกะซึ่งประพจน์ให้ค่าความจริงเป็นจริง ก็ต่อเมื่อ ประพจน์ตั้งต้นทั้งสองประพจน์มีค่าความจริงเป็นจริงทั้งคู่ สัญลักษณ์ที่ใช้คือ \wedge

- ตัวดำเนินการหรือ คือ ตัวดำเนินการทางตรรกะซึ่งประพจน์ให้ค่าความจริงเป็นจริง ก็ต่อเมื่อ ประพจน์ตั้งต้นอย่างน้อยหนึ่งประพจน์มีค่าความจริงเป็นจริง สัญลักษณ์ที่ใช้คือ \vee

- ตัวดำเนินการถ้าแล้ว คือ ตัวดำเนินการทางตรรกะที่ใช้แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง ประพจน์ที่เป็นเงื่อนไขกับประพจน์ที่เป็นผลลัพธ์ และให้ประพจน์ใหม่ที่ให้ค่าความจริงเป็นจริง ก็ต่อเมื่อ ประพจน์ผลลัพธ์มีค่าความจริงเป็นจริง เมื่อประพจน์เงื่อนไขมีค่าความจริงเป็นจริง สัญลักษณ์ที่ใช้คือ \rightarrow

3) เซตของตัวดำเนินการเชิงเวลา (temporal operator) ประกอบด้วย

- ตัวดำเนินการเสมอ (globally) คือ ตัวดำเนินการเชิงเวลาซึ่งประพจน์ให้ค่าความจริงเป็นจริง ก็ต่อเมื่อ ประพจน์มีค่าความจริงเป็นจริงทุกเหตุการณ์ตั้งแต่เวลาปัจจุบันจนถึงเวลาในอนาคต สัญลักษณ์ที่ใช้คือ \square หรือ G

- ตัวดำเนินการในที่สุด (finally) คือ ตัวดำเนินการเชิงเวลาซึ่งประพจน์ให้ค่าความจริงเป็นจริง ก็ต่อเมื่อ ประพจน์มีค่าความจริงเป็นจริงอย่างน้อยหนึ่งเหตุการณ์ ณ เวลาใด ๆ นับตั้งแต่วเวลาปัจจุบันจนถึงเวลาในอนาคต สัญลักษณ์ที่ใช้คือ \diamond หรือ F

- ตัวดำเนินการถัดไป (next) คือ ตัวดำเนินการเชิงเวลาซึ่งประพจน์ให้ค่าความจริงเป็นจริง ก็ต่อเมื่อ ประพจน์มีค่าความจริงเป็นจริงในเหตุการณ์ถัดไปจากเวลาปัจจุบัน สัญลักษณ์ที่ใช้คือ \circ หรือ X

- ตัวดำเนินการจนกระทั่ง (until) คือ ตัวดำเนินการเชิงเวลาที่ใช้แสดงการเกิดเหตุการณ์ต่อเนื่องของประพจน์ก่อนและประพจน์หลัง ซึ่งประพจน์ให้ค่าความจริงเป็นจริง ก็ต่อเมื่อ ณ เวลาใด ๆ นับตั้งแต่วเวลาปัจจุบันจนถึงเวลาในอนาคตประพจน์ก่อนมีค่าความจริงเสมอจนกระทั่งประพจน์หลังมีค่าความจริงเป็นจริงในที่สุด สัญลักษณ์ที่ใช้คือ U หรือ U

การเขียนสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริกนั้นควรอยู่ในรูปแบบที่กำหนดว่าดีแล้ว (well-formed formula) สามารถแสดงรูปแบบการเขียนสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริกที่ดีได้ดังนิยามที่ 9 โดยแต่ละสูตรตรรกเชิงเวลาแบบเมตริกสามารถตีความได้ด้วยสถานะเชิงเวลาที่มีขนาดจำกัด (finite times state sequences) ดังแสดงในนิยามที่ 10

นิยามที่ 9 รูปแบบสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริกที่ดี

กำหนดให้ AP เป็นเซตของประพจน์เดี่ยวที่มีขนาดจำกัด จะได้ว่า รูปแบบการเขียนสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริกที่ดีสามารถเขียนได้ดังนี้

- $\varphi := true \mid false \mid p$ เมื่อ $p \in AP$
- $\varphi := \neg\varphi \mid \varphi_1 \wedge \varphi_2 \mid \varphi_1 \vee \varphi_2 \mid \varphi_1 \rightarrow \varphi_2$
- $\varphi := \square_I\varphi \mid \diamond_I\varphi \mid \bigcirc_I\varphi \mid \varphi_1 U_I \varphi_2$ โดยที่ $I : \mathcal{O} \rightarrow \mathbb{Q}^+ \times \mathbb{Q}^+ \cup \{\infty\}$

เมื่อ \mathbb{Q}^+ เป็นจำนวนตรรกยะบวก \mathcal{O} เป็นเซตของตัวดำเนินการเชิงเวลา โดยแต่ละตัวดำเนินการเชิงเวลาจะมีเวลา $I(\mathcal{O}) = [ai(\mathcal{O}), bi(\mathcal{O})]$ กำกับ

ตัวอย่างที่ 4 การเขียนสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก

กำหนดให้คุณสมบัติที่ต้องการทวนสอบ คือ

1) แต่ละครั้งที่เกิดปัญหานั้น ปัญหาจะต้องถูกแก้ไขภายใน 15 หน่วยเวลาหรือต้องแจ้งเตือนภายใน 3 - 12 หน่วยเวลาหลังจากเกิดปัญหา

2) สถานะการดำเนินการแก้ปัญหาเป็นสถานะแจ้งเตือนจนกระทั่งเปลี่ยนสถานะเป็นสถานะกำลังดำเนินการแก้ปัญหาภายใน 5 หน่วยเวลา

สามารถเขียนสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริกได้ดังนี้

จากคุณสมบัติข้อที่ 1 “แต่ละครั้งที่เกิดปัญหานั้น ปัญหาจะต้องถูกแก้ไขภายใน 15 หน่วยเวลาหรือต้องแจ้งเตือนภายใน 3 - 12 หน่วยเวลาหลังจากเกิดปัญหา” สามารถเขียนสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก คือ $\square(problem \rightarrow (\diamond_{\leq 15} repair \vee \diamond_{[3,12]} alarm))$

จากคุณสมบัติข้อที่ 2 “สถานะการดำเนินการแก้ปัญหาเป็นกำลังดำเนินการแก้ปัญหาจนกระทั่งเปลี่ยนสถานะเป็นสถานะระบบพร้อมใช้งานหรือแก้ปัญหาเสร็จสิ้นภายใน 5 หน่วยเวลา” สามารถเขียนสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก คือ $\square(repair \rightarrow (repair U_{[0,5]} ready))$

ดังนั้น สูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริกของคุณสมบัติที่ต้องการทวนสอบ คือ

$$\square(problem \rightarrow (\diamond_{\leq 15} repair \vee \square_{[3,12]} alarm)) \wedge$$

$$\square(repair \rightarrow (repair U_{[0,5]} ready))$$

นิยามที่ 10 การตีความตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก

กำหนดให้ $(\rho, i) = (\pi_i, \tau_i)$ เป็นสถานะเชิงเวลาที่แสดงสถานะ π_i ณ เวลา τ_i

$(\rho, i + 1) = (\pi_{i+1}, \tau_{i+1})$ เป็นสถานะเชิงเวลาที่แสดงสถานะ π_{i+1} ณ เวลา τ_{i+1}

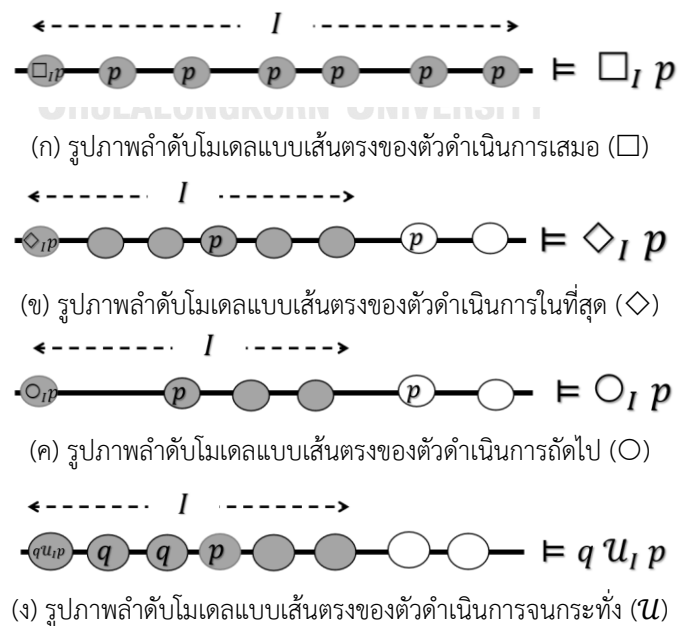
$(\rho, j) = (\pi_j, \tau_j)$ เป็นสถานะเชิงเวลาที่แสดงสถานะ π_j ณ เวลา τ_j

φ เป็นสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก

จะได้ว่า $(\rho, i) \models \varphi$ ก็ต่อเมื่อ

- $(\rho, i) \models p$ ก็ต่อเมื่อ $p \in \pi_i$
- $(\rho, i) \models \neg\varphi$ ก็ต่อเมื่อ $(\rho, i) \not\models \varphi$
- $(\rho, i) \models \varphi_1 \wedge \varphi_2$ ก็ต่อเมื่อ $(\rho, i) \models \varphi_1 \wedge (\rho, i) \models \varphi_2$
- $(\rho, i) \models \varphi_1 \vee \varphi_2$ ก็ต่อเมื่อ $(\rho, i) \models \varphi_1 \vee (\rho, i) \models \varphi_2$
- $(\rho, i) \models \varphi_1 \rightarrow \varphi_2$ ก็ต่อเมื่อ $(\rho, i) \models \varphi_1 \rightarrow (\rho, i) \models \varphi_2$
- $(\rho, i) \models \Box_I \varphi$ ก็ต่อเมื่อ $\forall j((\rho, j) \models \varphi \wedge \tau_j - \tau_i \in I; j \geq i)$
- $(\rho, i) \models \Diamond_I \varphi$ ก็ต่อเมื่อ $\exists j((\rho, j) \models \varphi \wedge \tau_j - \tau_i \in I; j \geq i)$
- $(\rho, i) \models \bigcirc_I \varphi$ ก็ต่อเมื่อ $(\rho, i + 1) \models \varphi \wedge \tau_{i+1} - \tau_i \in I; i < |\rho|$
- $(\rho, i) \models \varphi_1 \mathcal{U}_I \varphi_2$ ก็ต่อเมื่อ $\forall k((\rho, k) \models \varphi_1; i \leq k \leq j) \wedge \exists j((\rho, j) \models \varphi_2 \wedge \tau_j - \tau_i \in I; j \geq i)$

จากนิยามที่ 10 สามารถอธิบายความหมายตัวดำเนินการเชิงเวลาได้ด้วยรูปภาพลำดับโมเดลแบบเส้นตรงได้ดังแสดงในรูปที่ 2.3



รูปที่ 2.3 รูปภาพลำดับโมเดลแบบเส้นตรงของตัวดำเนินการเชิงเวลา

จากรูปที่ 2.3 กำหนดให้ $I(\mathcal{O}) = [ai(\mathcal{O}), bi(\mathcal{O})]$ เป็นเวลาที่กำกับในแต่ละตัวดำเนินการเชิงเวลา \mathcal{O} และเวลาปัจจุบัน คือ τ_i จะได้ว่า สามารถตีความสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริกแต่ละตัวดำเนินการเชิงเวลาได้ดังนี้

จากรูปที่ 2.3(ก) สำหรับการตีความสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก $\square_I \varphi$ หมายความว่า ทุกสถานะเชิงเวลาระหว่างเวลา $\tau_i + ai(\square)$ ถึงเวลา $\tau_i + bi(\square)$ นั้น φ จะมีค่าเป็นจริงเสมอ

จากรูปที่ 2.3(ข) สำหรับการตีความสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก $\diamond_I \varphi$ หมายความว่า สถานะเชิงเวลาใด ๆ ระหว่างเวลา $\tau_i + ai(\diamond)$ ถึงเวลา $\tau_i + bi(\diamond)$ นั้น φ จะมีค่าความจริงในที่สุดอย่างน้อย 1 เหตุการณ์

จากรูปที่ 2.3(ค) สำหรับการตีความสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก $\bigcirc_I \varphi$ หมายความว่า สถานะเชิงเวลาถัดไป φ จะมีค่าเป็นจริงภายในระหว่างเวลา τ_i ถึงเวลา $\tau_i + bi(\bigcirc)$ ซึ่งทำให้การตีความ $\bigcirc_I \varphi$ ณ เวลาปัจจุบัน τ_i มีค่าเป็นจริง

จากรูปที่ 2.3(ง) สำหรับการตีความสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก $\varphi_1 \mathcal{U}_I \varphi_2$ หมายความว่า ทุกสถานะเชิงเวลาระหว่างเวลา $\tau_i + ai(\mathcal{U})$ ถึงเวลา τ_k นั้น φ_1 จะมีค่าเป็นจริงเสมอ จนกระทั่ง สถานะเชิงเวลาใด ๆ ระหว่างเวลา τ_k ถึงเวลา $\tau_i + bi(\mathcal{U})$ นั้น φ_2 จะมีค่าความจริงในที่สุด โดยที่ $\tau_i + ai(\mathcal{U}) \leq \tau_k \leq \tau_i + bi(\mathcal{U})$ ทำให้การตีความ $\varphi_1 \mathcal{U}_I \varphi_2$ ณ เวลาปัจจุบัน τ_i มีค่าเป็นจริง

ตัวอย่างที่ 5 การตีความตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก

กำหนดให้ สถานะเชิงเวลา ณ เวลาปัจจุบัน (ที่เวลา 0) จนถึงเวลาในอนาคต (ที่เวลา 3) แสดงด้วยรูปภาพลำดับโมเดลแบบเส้นตรงในรูปที่ 2.4(ก) และสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก คือ $p \mathcal{U}_{[1,2]} q$ และ $\square_{[2,3]} p$ สามารถตีความสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริกได้ดังนี้

การตีความสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก $p \mathcal{U}_{[1,2]} q$ หมายความว่า สถานะเชิงเวลา ณ เวลาระหว่างเวลา 1 ถึงเวลา 2 นั้น p จะมีค่าเป็นจริงเสมอ จนกระทั่ง q จะมีค่าความจริงในที่สุด

เมื่อพิจารณารูปภาพลำดับโมเดลแบบเส้นตรงในรูปที่ 2.4(ก) พบว่า ณ เวลาระหว่างเวลา 1 ถึงเวลา 2 นั้นมีสถานะเชิงเวลาเกิดขึ้นตามลำดับ รายละเอียดดังนี้

- ρ_1 เป็นสถานะเชิงเวลา que แสดงสถานะ $p \equiv T$ ณ เวลา τ_2
- ρ_2 เป็นสถานะเชิงเวลา que แสดงสถานะ $p \equiv T$ ณ เวลา τ_3
- ρ_3 เป็นสถานะเชิงเวลา que แสดงสถานะ $p \equiv T$ ณ เวลา τ_4
- ρ_4 เป็นสถานะเชิงเวลา que แสดงสถานะ $q \equiv T$ ณ เวลา τ_5

จากนิยามที่ 10 จะพบว่า $\rho_1 \rho_2 \rho_3$ นั้น p มีค่าเป็นจริงเสมอจนกระทั่ง q มีค่าความจริงในที่สุด (ρ_4) โดยที่ $\tau_5 - 0 \in [1,2]$

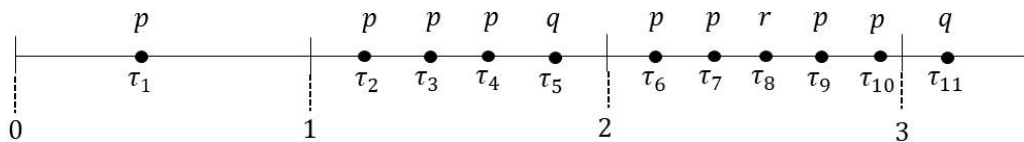
ดังนั้น $\rho_0 \models p \mathcal{U}_{[1,2]} q$ สามารถรูปภาพลำดับโมเดลแบบเส้นตรงได้ดังรูปที่ 2.4(ข)

การตีความสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก $\square_{[2,3]} p$ หมายความว่า ทุกสถานะเชิงเวลา ระหว่างเวลา 2 ถึงเวลา 3 นั้น p จะมีค่าเป็นจริงเสมอ

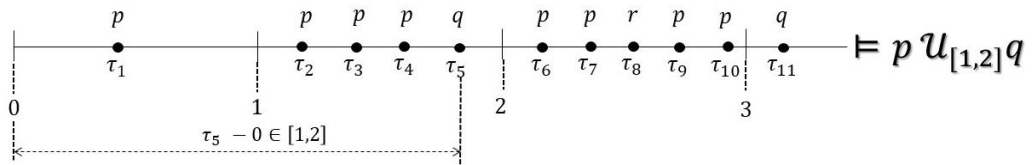
เมื่อพิจารณารูปภาพลำดับโมเดลแบบเส้นตรงในรูปที่ 2.4(ก) พบว่า ณ เวลาระหว่างเวลา 2 ถึงเวลา 3 นั้นมีสถานะเชิงเวลาเกิดขึ้นตามลำดับ รายละเอียดดังนี้

- ρ_1 เป็นสถานะเชิงเวลาที่แสดงสถานะ $p \equiv T$ ณ เวลา τ_6
- ρ_3 เป็นสถานะเชิงเวลาที่แสดงสถานะ $p \equiv T$ ณ เวลา τ_7
- ρ_3 เป็นสถานะเชิงเวลาที่แสดงสถานะ $r \equiv T$ ณ เวลา τ_8
- ρ_4 เป็นสถานะเชิงเวลาที่แสดงสถานะ $p \equiv T$ ณ เวลา τ_9
- ρ_5 เป็นสถานะเชิงเวลาที่แสดงสถานะ $p \equiv T$ ณ เวลา τ_{10}

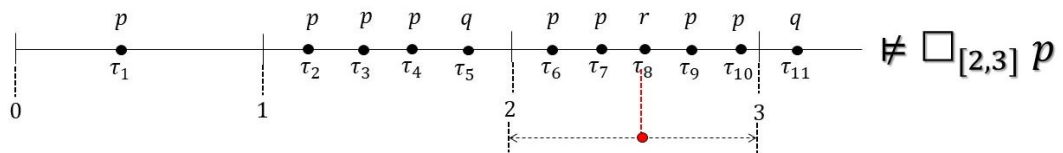
จากนิยามที่ 10 จะพบว่า p ไม่ได้มีค่าเป็นจริงเสมอ เนื่องจาก r มีค่าเป็นจริง ณ เวลา τ_8 ดังนั้น $\rho_0 \neq \square_{[2,3]} p$ สามารถรูปภาพลำดับโมเดลแบบเส้นตรงได้ดังรูปที่ 2.4(ค)



(ก) รูปภาพลำดับโมเดลแบบเส้นตรงของระบบ



(ข) รูปภาพลำดับโมเดลแบบเส้นตรงของ $p U_{[1,2]} q$



(ค) รูปภาพลำดับโมเดลแบบเส้นตรงของ $\square_{[2,3]} p$

รูปที่ 2.4 ตัวอย่างการตีความสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก

2.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.2.1 งานวิจัยการแก้ปัญหาการระเบิดของปริภูมิสถานะในการทวนสอบไทม์เพทรีเน็ต

งานวิจัยที่นำเสนอวิธีการแก้ปัญหาการระเบิดของปริภูมิสถานะในการทวนสอบไทม์เพทรีเน็ตด้วยหลากหลายเทคนิค บางงานวิจัยใช้เทคนิค on the fly เพื่อลดขนาดปริภูมิสถานะในการทวนสอบ งานวิจัย [3] นำเสนอตรรกะเชิงเวลาที่เป็นส่วนขยายของทฤษฎีที่ซีทีแอล TPN – $TCTL_h^A$ เพื่อจัดการข้อจำกัดในการทำงานแบบร่วมกันในไทม์เพทรีเน็ต นอกจากนี้งานวิจัยได้นำเสนอขั้นตอนวิธีการสร้างปริภูมิสถานะและทวนสอบคุณสมบัติ $TCTL_h^A$ สำหรับการทวนสอบแบบ on the fly และใช้เครื่องมือโรมิโอในการทวนสอบ งานวิจัย [4] นำเสนอ Timed Aggregate Graph (TAG) เพื่อสร้างปริภูมิสถานะของไทม์เพทรีเน็ตโดยแต่ละโหนดในกราฟ TAG คำนวณช่วงเวลาที่ใช้ในการเดินทางผ่านแต่ละเส้นทางในกราฟ และนำเสนอการแบ่งส่วนในการวิเคราะห์การเข้าถึงด้วยเทคนิค on the fly เพื่อทวนสอบโดยใช้กราฟ TAG และงานวิจัย [5] นำเสนอแบบจำลองในการตรวจสอบคลาสย่อยของคุณสมบัติทฤษฎีที่ซีทีแอลในการทวนสอบไทม์เพทรีเน็ตโดยใช้กราฟของคลาสของสถานะ โดยงานวิจัยนี้แนะนำเสนอไทม์เพทรีเน็ตแบบพิเศษ alarm-clock เป็นแบบจำลองไทม์เพทรีเน็ตที่แสดงเหตุการณ์ที่สัมพันธ์กับการคุณสมบัติเวลาในการทวนสอบ เพื่อช่วยในการพิจารณาสร้างปริภูมิสถานะ

นอกจากนี้ยังมีงานวิจัยที่ใช้ partial order reduction เพื่อลดขนาดปริภูมิสถานะในการทวนสอบ โดยการลดความซ้ำซ้อนของสถานะ เช่น งานวิจัย [37] นำเสนอเทคนิค partial order reduction สำหรับทวนสอบระบบเวลาจริง โดยใช้หลักการตีความเวลาท้องถิ่น (local time semantics) สำหรับไทม์ออโตมาตา เพื่อลบการชิงโครโนซ์ของเวลาระหว่างเหตุการณ์โดยให้เวลาท้องถิ่นเป็นอิสระต่อกัน นอกจากนี้ยังนำเสนอการทำ partial order reduction สำหรับการวิเคราะห์การเข้าถึง งานวิจัย [38] นำเสนอโมเดลเช็กกิงสำหรับการทวนสอบไทม์เพทรีเน็ตที่มีคุณสมบัติความปลอดภัยด้วยทฤษฎีที่ซีทีแอล งานวิจัยนี้ได้้นำเทคนิค partial order reduction มาลดขนาด region graph เพื่อกำหนดขอบเขตในการสร้างปริภูมิสถานะของไทม์เพทรีเน็ต งานวิจัย [39] นำเสนอการสร้างปริภูมิสถานะแบบ Contracted State Class Graph (CSCG) ของไทม์เพทรีเน็ต โดยการหาลำดับการยิงทรานสิชันของทรานสิชันที่ไม่สมมูลกันด้วยหลักการตีความของเวลาท้องถิ่น และ Partially Ordered Sets (POSETs) ของทรานสิชันเพื่อหาช่วงเวลาในการยิงทรานสิชันแบบกลศาสตร์และแบบพลวัต นอกจากนี้ยังนำเสนอการนำไปใช้กับการทวนสอบไทม์เพทรีเน็ตด้วย LTL_{\times} เป็นต้น

งานวิจัยที่ได้กล่าวข้างต้นลดขนาดปริภูมิสถานะให้มีขนาดเล็กลง ทำให้ประหยัดพื้นที่หน่วยความจำในการสร้างปริภูมิสถานะ และประหยัดเวลาในการค้นหาคุณสมบัติในปริภูมิสถานะ เนื่องจากขนาดปริภูมิสถานะมีขนาดเล็กลง แต่งานวิจัยดังกล่าวยังไม่ครอบคลุมถึงการพิจารณาสถานะ

ที่ไม่เกี่ยวข้องกับการทวนสอบ ทำให้ปริภูมิสถานะที่สร้างขึ้นจะมีทั้งสถานะที่เกี่ยวข้องและสถานะที่ไม่เกี่ยวข้องกับความสมบูรณ์ที่ต้องการทวนสอบ ซึ่งจำนวนสถานะมีผลต่อความสูงของปริภูมิสถานะและลำดับการยิงทรานสิชัน ซึ่งส่งผลกระทบต่อเวลาในการค้นหาในปริภูมิสถานะ

2.2.2 งานวิจัยการตัดเพทรีเน็ต

เทคนิคการตัดโปรแกรม (program slicing) ถูกนำเสนอโดย Mark Weiser ในปี 1984 เพื่อลดขนาดโปรแกรมที่ใช้ในการทดสอบหรือดีบั๊กโปรแกรม โดยนำเสนอเทคนิคการตัดโปรแกรมตามเกณฑ์การตัด (slicing criterion) ทำให้ได้โปรแกรมที่มีขนาดเล็กลงแต่ยังคงมีพฤติกรรมการทำงานเหมือนเดิม [40] โดยมีงานวิจัยที่นำเทคนิคการตัดโปรแกรมมาใช้ในการตัดเพทรีเน็ตเพื่อลดขนาดเพทรีเน็ต แต่ละงานวิจัยจะนำเสนอขั้นตอนวิธีแตกต่างกันไปตามเกณฑ์การตัดหรือเทคนิคการตัด เช่น งานวิจัย [30] นำเสนอขั้นตอนวิธีในการตัดเพทรีเน็ตโดยใช้คุณสมบัติความปลอดภัย เพื่อตัดเพทรีเน็ตที่ใช้ในการทวนสอบคุณสมบัติความปลอดภัย งานวิจัยนี้ยังนำเสนอการตัดเพทรีเน็ต โดยใช้ CTL_x^* เป็นเกณฑ์การตัด เพื่อตัดเพทรีเน็ตที่ใช้ทวนสอบด้วย CTL_x^* โดยใช้เทคนิคการตัดย้อนกลับแบบกลศาสตร์ (static backward slicing) งานวิจัย [31] นำเสนอการตัดเพทรีเน็ตแบบพลวัต โดยพิจารณาจาก structural dependency graph (SDG) งานวิจัยนี้สามารถลดขนาดเพทรีเน็ตได้เล็กกว่าการตัดเพทรีเน็ตแบบพลวัตที่นำเสนอในงานวิจัยที่ผ่านมาและรองรับการตัดเพทรีเน็ตที่มีการทำงานแบบวนลูปได้ งานวิจัย [32] นำเสนอขั้นตอนวิธีการตัดเพทรีเน็ตโดยใช้ LTL_x เป็นเกณฑ์การตัด เพื่อตัดเพทรีเน็ตที่ใช้ทวนสอบด้วย LTL_x งานวิจัยนี้ได้เพทรีเน็ตที่มีขนาดเล็กถึงที่เมื่อเพทรีเน็ตมีความเชื่อมต่ออย่างเข้ม (strongly connected) งานวิจัย [33] นำเสนอขั้นตอนวิธีการตัดเพทรีเน็ตแบบพลวัตโดยใช้เพลสเป็นเกณฑ์การตัด โดยหาเส้นทางที่เป็นไปได้จากการตัดแบบย้อนกลับ (backward slicing) และหาเส้นทางที่เป็นไปได้จากการตัดแบบไปข้างหน้า (forward slicing) จากนั้นนำเส้นทางทั้งสองมาอินเตอร์เซกชันกัน ผลลัพธ์สุดท้ายจะได้เพทรีเน็ตที่ถูกตัดแบบพลวัต นอกจากนี้งานวิจัยนี้ยังนำเสนอการตัดเพทรีเน็ตด้วย trace โดยใช้ลำดับการยิงทรานสิชันเป็นเกณฑ์การตัด งานวิจัย [41] นำเสนอเครื่องมือสำหรับการวิเคราะห์และตัดเพทรีเน็ต โดยเครื่องมือที่นำเสนอในงานวิจัยนี้รองรับขั้นตอนวิธีการตัดเพทรีเน็ตที่ใช้ CTL_x^* เป็นเกณฑ์ในการตัด และการตัดเพทรีเน็ตที่ใช้คุณสมบัติปลอดภัยเป็นเกณฑ์การตัดซึ่งเป็นอัลกอริทึมที่ Rakow นำเสนอ นอกจากนี้ยังรองรับขั้นตอนวิธีการตัดเพทรีเน็ตแบบพลวัตของ Llorens et al และขั้นตอนวิธีการตัดเพทรีเน็ตแบบพลวัตของ Yu et al เป็นต้น

งานวิจัยที่ได้กล่าวข้างต้นจะลดขนาดเพทรีเน็ตก่อนการทวนสอบ แต่ไม่สามารถนำขั้นตอนวิธีดังกล่าวไปใช้กับแบบจำลองที่ใช้ในการทวนสอบระบบเวลาจริง เนื่องจากขั้นตอนวิธีดังกล่าวไม่ได้พิจารณาถึงเงื่อนไขเวลา

บทที่ 3

การสร้างกราฟพึ่งพาของการยิงจากโหนดเพทรีเน็ต

แนวคิดการตัดโหนดเพทรีเน็ตโดยใช้คุณสมบัติระยะเวลาแบบเมตริกในงานวิจัยนี้ เริ่มจากพิจารณาการทำงานของโหนดเพทรีเน็ตในภาพรวมทั้งระบบก่อน แล้วนำสูตรระยะเวลาแบบเมตริกมาพิจารณาการลดขนาดโหนดเพทรีเน็ตให้เหลือเฉพาะส่วนที่จำเป็นต้องใช้เมื่อทวนสอบโหนดเพทรีเน็ตด้วยระยะเวลาแบบเมตริก โดยส่วนของการพิจารณาการทำงานของโหนดเพทรีเน็ต งานวิจัยนี้นำเสนอกราฟพึ่งพาของการยิงเพื่อใช้พิจารณาการทำงานของโหนดเพทรีเน็ตที่จำเป็นสำหรับการทวนสอบโหนดเพทรีเน็ตด้วยระยะเวลาแบบเมตริก

บทนี้นำเสนอแนวคิดและอัลกอริทึมสำหรับการสร้างกราฟพึ่งพาของการยิง โดยหัวข้อที่ 3.1 นำเสนอโครงสร้างของกราฟพึ่งพาของการยิง สำหรับหัวข้อที่ 3.2 นำเสนอขั้นตอนวิธีการสร้างกราฟพึ่งพาของการยิง โดยนำเสนอแนวคิดการสร้างโหนดการยิง การสร้างโหนดการยิงเริ่มต้น การคำนวณหาเส้นเชื่อมในกราฟพึ่งพาของการยิง การคำนวณเวลาโกลบอลของการยิงทรานสิชันสำหรับหัวข้อที่ 3.3 นำเสนออัลกอริทึมการสร้างกราฟพึ่งพาของการยิงและวิเคราะห์อัตราการใช้ของอัลกอริทึมที่นำเสนอ และหัวข้อที่ 3.4 นำเสนอการพิสูจน์ว่าลำดับการยิงโหนดการยิงเป็นลำดับการยิงทรานสิชันในโหนดเพทรีเน็ต เพื่อแสดงว่ากราฟพึ่งพาของการยิงที่นำเสนอสามารถอธิบายพฤติกรรมการทำงานของโหนดเพทรีเน็ตได้ และนำเสนอการพิสูจน์เวลาโกลบอลของการยิงทรานสิชันที่นำเสนอเป็นเวลาที่ทรานสิชันสามารถยิงทรานสิชันได้จริง นอกจากนี้นำเสนอบทแทรกเพื่อวิเคราะห์การทำงานของโหนดเพทรีเน็ตด้วยกราฟพึ่งพาของการยิง ส่วนแนวคิดและขั้นตอนวิธีการตัดโหนดเพทรีเน็ตโดยใช้คุณสมบัติระยะเวลาแบบเมตริกจะนำเสนอในบทที่ 4

3.1 โครงสร้างของกราฟพึ่งพาของการยิง

จากการศึกษาแนวคิดการลดขนาดของแบบจำลองให้เหลือเฉพาะส่วนที่สนใจนั้น การพิจารณาการทำงานของระบบไม่สามารถพิจารณาได้จากแบบจำลองโดยตรง บางงานวิจัยจึงพิจารณาการทำงานของระบบจากปริภูมิสถานะ บางงานวิจัยพิจารณาจากกราฟพึ่งพา (dependency graph) ซึ่งเป็นกราฟที่แสดงเฉพาะความสัมพันธ์ของเพลสและทรานสิชัน แต่ไม่ได้นำเวลามาช่วยพิจารณาการทำงานนั้น ๆ

แนวคิดในงานวิจัยนี้ใช้เวลาโกลบอลมาช่วยพิจารณาการตัดโหนดเพทรีเน็ต แต่เมื่อพิจารณาโครงสร้างของโหนดเพทรีเน็ต พบว่า เวลาที่กำกับทรานสิชันในโหนดเพทรีเน็ตเป็นเวลาสัมพันธ์ที่มีความสัมพันธ์กับเวลาที่ทรานสิชันพร้อมทำงาน จึงไม่สามารถระบุเวลาโกลบอลที่ทรานสิชันสามารถยิงทรานสิชันได้ อีกทั้งยังไม่สามารถแสดงข้อมูลเกี่ยวกับลำดับการทำงานของทรานสิชันได้

ดังนั้น งานวิจัยนี้จึงนำเสนอกราฟพึ่งพาของการยิงเพื่ออธิบายพฤติกรรมการทำงานของโหนดเพทรีเน็ต และแสดงเวลาโกลบอลที่เป็นไปได้ที่ทรานสิชันทำงานหรืออยู่ในสถานะยิงทรานสิชัน

กราฟพึ่งพาของการยิง (Firing Dependency Graph, FDG) เป็นกราฟแบบมีทิศทางที่แสดงความสัมพันธ์ของการยิงทรานสิชันภายในโหนดเพทรีเน็ต ประกอบด้วย โหนดการยิงเป็นเซตของทรานสิชันอยู่ในสถานะยิงทรานสิชัน โดยมีป้ายกำกับเวลาโกลบอลที่เป็นไปได้ที่ทรานสิชันนั้น ๆ สามารถยิงทรานสิชันได้กำกับอยู่แต่ละโหนดการยิง และมีเส้นเชื่อมแบบมีทิศทางเชื่อมระหว่างโหนดการยิงใด ๆ สามารถแสดงโครงสร้างของกราฟพึ่งพาของการยิงดังนิยามที่ 11

นิยามที่ 11 กราฟพึ่งพาของการยิง

กราฟพึ่งพาของการยิง $FDG = (FT, E, FT_0, gt)$ ของโหนดเพทรีเน็ต $TPN = (P, T, B, F, m_0, st)$ ประกอบด้วย 4 ส่วน ดังนี้

- FT เป็นเซตจำกัดของโหนดการยิง โดยที่แต่ละโหนดการยิง ft แทนทรานสิชัน ft ใน TPN ที่อยู่ในสถานะยิงทรานสิชัน โดยที่ $ft \in FT$

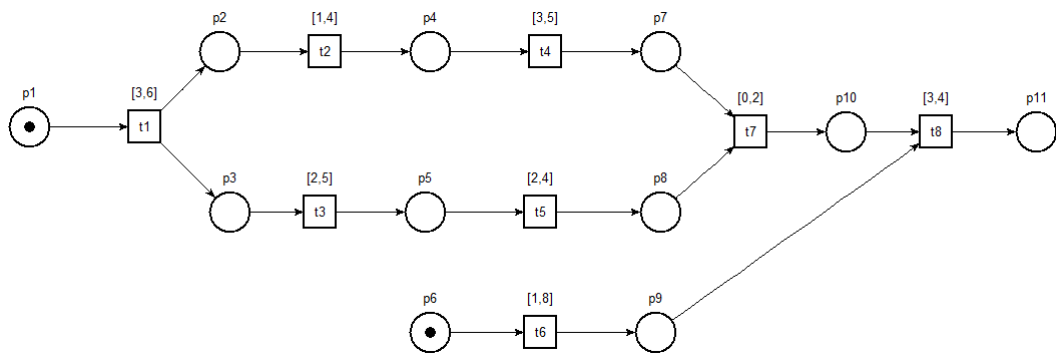
- $E \subseteq FT \times FT$ เป็นเซตจำกัดของเส้นเชื่อม โดยที่แต่ละเส้นเชื่อม $e = (ft_i, ft_j) \in E$ เมื่อ $ft_i \neq ft_j$

- FT_0 เป็นเซตของโหนดการยิงเริ่มต้น โดยที่ ft เป็นโหนดการยิงเริ่มต้น ก็ต่อเมื่อ $ft \in En(m_0)$

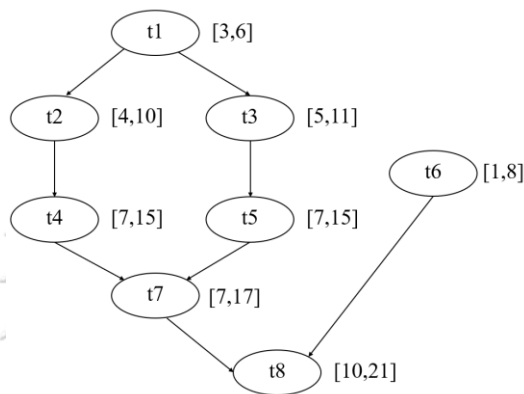
- $gt: FT \rightarrow \mathbb{Q}^+ \times (\mathbb{Q}^+ \cup \{\infty\})$ เป็นฟังก์ชันเวลาโกลบอลที่ทรานสิชันอยู่ในสถานะยิงทรานสิชัน เมื่อ \mathbb{Q}^+ เป็นจำนวนตรรกยะบวก โดยที่เวลาโกลบอลของการยิงทรานสิชันของแต่ละทรานสิชัน $gt(ft) = [egt(ft), lgt(ft)]$ เป็นเวลาโกลบอลของการยิงทรานสิชันในโหนดการยิง ft เมื่อ $egt(ft)$ และ $lgt(ft)$ เป็นเวลาโกลบอลที่น้อยที่สุดและมากที่สุด ft สามารถยิงทรานสิชันได้

กราฟพึ่งพาของการยิงถูกนำเสนอด้วยกราฟแบบมีทิศทาง ประกอบด้วย โหนดการยิงแทนทรานสิชันที่อยู่ในสถานะยิงทรานสิชัน โดยใช้รูปวงรีเป็นสัญลักษณ์แทนโหนดการยิง และแต่ละโหนดการยิงมีป้ายกำกับด้วยช่วงเวลาโกลบอลที่เป็นไปได้ที่ทรานสิชันสามารถยิงทรานสิชันได้

ส่วนเส้นเชื่อมแบบมีทิศทางใช้ลูกศรเชื่อมระหว่างโหนดการยิง โดยเส้นเชื่อมจากโหนดการยิง ft_i ไปยังโหนดการยิง ft_j จะกำหนดให้โหนดการยิง ft_i เป็นโหนดก่อนหน้า (predecessor node) ของโหนดการยิง ft_j และในทำนองเดียวกัน โหนดการยิง ft_j เป็นโหนดถัดไป (successor node) ของโหนดการยิง ft_i ในงานวิจัยนี้ใช้สัญลักษณ์ $\bullet ft$ แทนเซตของโหนดก่อนหน้าของโหนดการยิง ft และใช้สัญลักษณ์ $ft \bullet$ แทนเซตของโหนดถัดไปของโหนดการยิง ft สามารถแสดงกราฟพึ่งพาของการยิงดังตัวอย่างที่ 3.1



(ก) ตัวอย่างไทม์เพทรีเน็ต



(ข) ตัวอย่างกราฟฟังก์ชันการยิง

รูปที่ 3.1 ตัวอย่างกราฟฟังก์ชันการยิงของไทม์เพทรีเน็ต

ตัวอย่างที่ 6 กราฟฟังก์ชันการยิง

จากไทม์เพทรีเน็ตที่แสดงในรูปที่ 3.1(ก) ประกอบด้วย เพลส ทรานสิชัน ฟังก์ชันค่าถ่วงน้ำหนักของเส้นเชื่อมระหว่างเพลสกับทรานสิชัน มาร์คคิงเริ่มต้น ช่วงเวลาดีเลย์ที่แต่ละทรานสิชันสามารถยิงทรานสิชันได้ มีรายละเอียดดังนี้

- เซตของเพลส $P = \{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8, p_9, p_{10}, p_{11}\}$
- เซตของทรานสิชัน $T = \{t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6, t_7, t_8\}$
- ค่าถ่วงน้ำหนักของเส้นเชื่อมขาเข้าจากเพลสไปทรานสิชัน $B(x) = 1; x \in \{(p_1, t_1), (p_2, t_2), (p_3, t_3), (p_4, t_4), (p_5, t_5), (p_6, t_6), (p_7, t_7), (p_8, t_7), (p_9, t_8), (p_{10}, t_8)\}$
- ค่าถ่วงน้ำหนักของเส้นเชื่อมขาออกจากทรานสิชันไปเพลส $F(x) = 1; x \in \{(t_1, p_2), (t_1, p_3), (t_2, p_4), (t_3, p_5), (t_4, p_7), (t_5, p_8), (t_6, p_9), (t_7, p_{10}), (t_8, p_{11})\}$
- มาร์คคิงเริ่มต้น $m_0 = (1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0)^T$
- เวลาดีเลย์ที่สามารถยิงทรานสิชันได้ที่กำกับในแต่ละทรานสิชัน
 $st(t_1) = [3,6], st(t_2) = [1,4], st(t_3) = [2,5], st(t_4) = [3,5],$
 $st(t_5) = [2,4], st(t_6) = [1,5], st(t_7) = [0,2], st(t_8) = [2,4]$

สามารถสร้างกราฟพึ่งพาของการยิงได้ดังรูปที่ 3.1(ข) ประกอบด้วย เซตของโหนดการยิง เซตของเส้นเชื่อม เซตของโหนดการยิงเริ่มต้น และเวลาโกลบอลที่แต่ละทรานสิชันยิงทรานสิชันได้ รายละเอียดดังนี้

$$- \text{เซตของโหนดการยิง } FT = \{t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6, t_7, t_8\}$$

$$- \text{เซตของเส้นเชื่อม } E = \{(t_1, t_2), (t_1, t_3), (t_2, t_4), (t_3, t_5), (t_4, t_7), (t_5, t_7), (t_6, t_8), (t_7, t_8)\}$$

$$- \text{เซตของโหนดการยิงเริ่มต้น } FT_0 = \{t_1, t_6\}$$

- เวลาโกลบอลที่ทรานสิชันอยู่ในสถานะยิงทรานสิชันที่กำกับในแต่ละโหนด

$$gt(t_1) = [3,6], gt(t_2) = [4,10], gt(t_3) = [5,11], gt(t_4) = [7,15], gt(t_5) = [7,15], gt(t_6) = [1,8], gt(t_7) = [7,17], gt(t_8) = [10,21]$$

งานวิจัยนี้พิจารณาการทำงานของไทม์เพทรีเน็ตตั้งแต่เริ่มต้นการทำงานจนกระทั่งทำงานเสร็จสิ้นหรือเมื่อถึงเหตุการณ์ที่สนใจด้วยลำดับการยิงโหนดการยิง โดยสามารถหาลำดับการยิงโหนดการยิงได้จากการท่องไปในกราฟพึ่งพาของการยิงด้วยอัลกอริทึมการค้นหาตามแนวกว้าง (breadth-first search) สามารถนิยามลำดับการยิงโหนดการยิงได้ดังนิยามที่ 12

สำหรับโหนดการยิงใด ๆ ที่มีลำดับการยิงโหนดการยิงในกราฟพึ่งพาของการยิง งานวิจัยนี้เรียกโหนดการยิงนั้นว่า โหนดการยิงที่เข้าถึงได้ (reachable firing node)

นิยามที่ 12 ลำดับการยิงโหนดการยิงในกราฟพึ่งพาของการยิง

กำหนดให้ $TPN = (P, T, B, F, m_0, st)$ เป็นไทม์เพทรีเน็ต

$$FDG = (FT, E, FT_0, gt) \text{ เป็นกราฟพึ่งพาของการยิงของ } TPN$$

จะได้ว่า

ลำดับการยิงโหนดการยิงจาก ft_0 ไป ft_n คือ $(ft_0, ft_1), (ft_1, ft_2), \dots, (ft_{n-1}, ft_n)$ เมื่อ $(ft_{i-1}, ft_i) \in E$ และ $ft \in FT$ โดยที่ $0, 1, 2, \dots, n$ เป็นลำดับของเส้นเชื่อม สามารถเขียนแทนลำดับการยิงโหนดการยิงในกราฟพึ่งพาของการยิงได้ดังนี้ $ft_0, ft_1, ft_2, \dots, ft_{n-1}, ft_n$

ตัวอย่างที่ 7 ลำดับการยิงโหนดการยิงในกราฟพึ่งพาของการยิง

จากเซตของเส้นเชื่อมในกราฟพึ่งพาของการยิงที่แสดงในรูปที่ 3.1(ข) คือ $E = \{(t_1, t_2), (t_1, t_3), (t_2, t_4), (t_3, t_5), (t_4, t_7), (t_5, t_7), (t_6, t_8), (t_7, t_8)\}$

เมื่อท่องไปในกราฟพึ่งพาของการยิงจากโหนดการยิงเริ่มต้น t_1 ไปยังโหนดการยิง t_7 จะได้ลำดับการยิงโหนดการยิงขนาดความยาว 6 หน่วยคือ $(t_1, t_2), (t_1, t_3), (t_2, t_4), (t_3, t_5), (t_4, t_7), (t_5, t_7)$

ดังนั้น สามารถเขียนแทนได้ด้วยลำดับของโหนดการยิง คือ $t_1 t_2 t_3 t_4 t_5 t_7$ ซึ่งเป็นหนึ่งในหลายลำดับการยิงโหนดการยิงที่เป็นไปได้

งานวิจัยนี้ใช้เมตริกซ์แทนโครงสร้างของไทม์เพทรีเน็ตและกราฟฟังก์ชันการยิง โดยเส้นเชื่อมในกราฟฟังก์ชันการยิงแทนด้วยเมตริกซ์ประชิด ในที่นี้เรียกว่า เมตริกซ์การยิงทรานสิชัน (firing transition matrix) สามารถกำหนดโครงสร้างเมตริกซ์การยิงทรานสิชันได้ดังนิยามที่ 13

นิยามที่ 13 เมตริกซ์การยิงทรานสิชัน

กำหนดให้ $TPN = (P, T, B, F, m_0, st)$ เป็นไทม์เพทรีเน็ต

$FDG = (FT, E, FT_0, gt)$ เป็นกราฟฟังก์ชันการยิงของ TPN

จะได้ว่า

เมตริกซ์การยิงทรานสิชัน $EM = [em_{i,j}]$ เป็นเมตริกซ์ขนาด $|FT| \times |FT|$ โดยที่

$$em_{i,j} = \begin{cases} 1, & (ft_i, ft_j) \in E \\ 0, & \text{กรณีอื่น} \end{cases}$$

ตัวอย่างที่ 8 เมตริกซ์การยิงทรานสิชัน

จากเซตของเส้นเชื่อม $E = \{(t_1, t_2), (t_1, t_3), (t_2, t_4), (t_3, t_5), (t_4, t_7), (t_5, t_7), (t_6, t_8), (t_7, t_8)\}$ สามารถสร้างเมตริกซ์การยิงทรานสิชันจากนิยามที่ 13 ได้ดังนี้

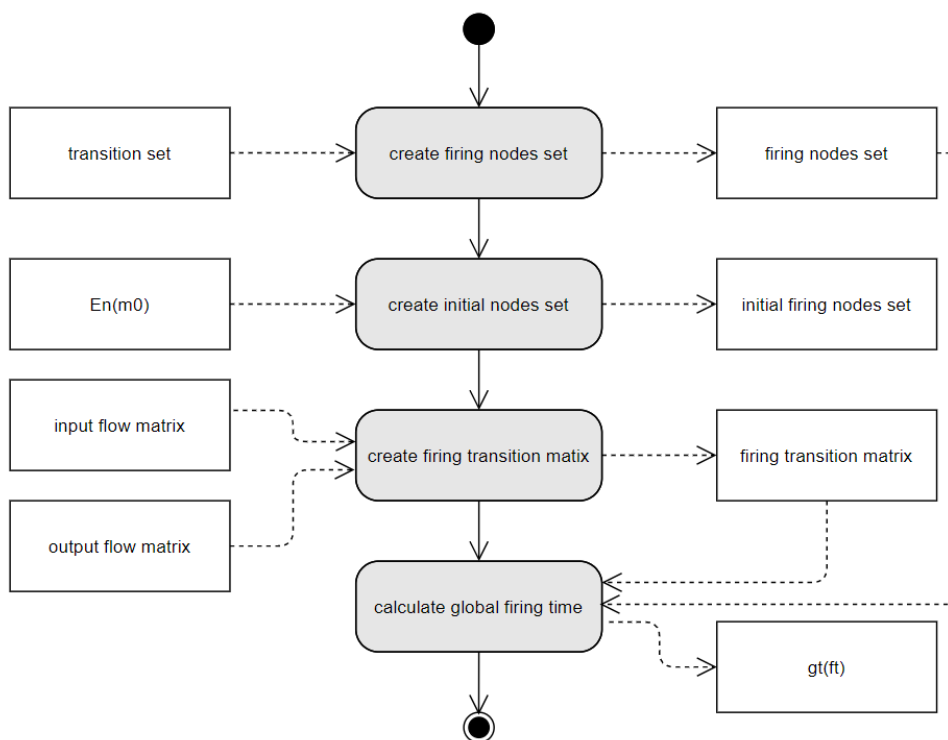
$$EM = \begin{matrix} & \begin{matrix} t_1 & t_2 & t_3 & t_4 & t_5 & t_6 & t_7 & t_8 \end{matrix} \\ \begin{matrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \\ t_4 \\ t_5 \\ t_6 \\ t_7 \\ t_8 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

เมื่อพิจารณา EM จะพบว่า

$$\begin{aligned} em_{t_1, t_2} &= 1 \text{ เนื่องจาก } (t_1, t_2) \in E && \text{มีลำดับการยิงโหนดการยิงคือ } t_1 t_2 \\ em_{t_1, t_3} &= 1 \text{ เนื่องจาก } (t_1, t_3) \in E && \text{มีลำดับการยิงโหนดการยิงคือ } t_1 t_3 \\ em_{t_2, t_4} &= 1 \text{ เนื่องจาก } (t_2, t_4) \in E && \text{มีลำดับการยิงโหนดการยิงคือ } t_2 t_4 \\ em_{t_3, t_5} &= 1 \text{ เนื่องจาก } (t_3, t_5) \in E && \text{มีลำดับการยิงโหนดการยิงคือ } t_3 t_5 \\ em_{t_4, t_7} &= 1 \text{ เนื่องจาก } (t_4, t_7) \in E && \text{มีลำดับการยิงโหนดการยิงคือ } t_4 t_7 \\ em_{t_5, t_7} &= 1 \text{ เนื่องจาก } (t_5, t_7) \in E && \text{มีลำดับการยิงโหนดการยิงคือ } t_5 t_7 \\ em_{t_6, t_8} &= 1 \text{ เนื่องจาก } (t_6, t_8) \in E && \text{มีลำดับการยิงโหนดการยิงคือ } t_6 t_8 \\ em_{t_7, t_8} &= 1 \text{ เนื่องจาก } (t_7, t_8) \in E && \text{มีลำดับการยิงโหนดการยิงคือ } t_7 t_8 \end{aligned}$$

3.2 การสร้างกราฟฟังก์ชันของการยิง

การสร้างกราฟฟังก์ชันของการยิงจากไทม์เพทรีเน็ตใด ๆ เริ่มจากการสร้างเซตของโหนดการยิง เซตของโหนดการยิงเริ่มต้น เซตของเส้นเชื่อม และคำนวณหาเวลาโกลบอลที่ทรานสิชันสามารถยิง ทรานสิชันได้ตามลำดับ โดยภาพรวมของขั้นตอนการสร้างกราฟฟังก์ชันของการยิงแสดงดังรูปที่ 3.2



รูปที่ 3.2 ภาพรวมของขั้นตอนการสร้างกราฟฟังก์ชันของการยิง

จากรูปที่ 3.2 การสร้างกราฟฟังก์ชันของการยิงในงานวิจัยนี้ มีรายละเอียดข้อมูลนำเข้า วิธีการดำเนินการ และข้อมูลส่งออก ดังนี้

ข้อมูลนำเข้า ไทม์เพทรีเน็ต

ข้อมูลส่งออก กราฟฟังก์ชันของการยิง

วิธีดำเนินการ การสร้างกราฟฟังก์ชันของการยิงในงานวิจัยนี้ มีรายละเอียดขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 สร้างเซตของโหนดการยิงจากเซตของทรานสิชันของไทม์เพทรีเน็ต โดยรายละเอียดของขั้นตอนนี้อธิบายในหัวข้อที่ 3.2.1

ขั้นตอนที่ 2 สร้างเซตโหนดการยิงเริ่มต้นจากเซตของทรานสิชันที่อยู่ในสถานะพร้อมทำงานที่เกิดจากเพลสมาร์คกิงเริ่มต้นของไทม์เพทรีเน็ต โดยรายละเอียดของขั้นตอนนี้อธิบายในหัวข้อที่ 3.2.2

ขั้นตอนที่ 3 สร้างเซตของเส้นเชื่อมในกราฟฟังก์ชันของการยิง โดยแนวคิดการคำนวณหาเส้นเชื่อมในกราฟฟังก์ชันของการยิงและรายละเอียดของขั้นตอนนี้อธิบายในหัวข้อที่ 3.2.3

ขั้นตอนที่ 4 คำนวณหาเวลาโกลบอลที่เป็นได้ที่แต่ละทรานสิชันสามารถยิงทรานสิชันได้ โดยแนวคิดการคำนวณเวลาโกลบอลของการยิงทรานสิชันและรายละเอียดของขั้นตอนนี้อธิบายในหัวข้อที่ 3.2.4

3.2.1 การสร้างเซตของโหนดการยิง

โหนดการยิงของกราฟฟังก์ชันของการยิงเป็นตัวแทนของทรานสิชันทั้งหมดในไทม์เพทรีเน็ตที่ต้องการสร้างกราฟฟังก์ชันของการยิง ดังนั้น สามารถหาเซตของโหนดการยิงได้จากสมการต่อไปนี้

กำหนดให้ $TPN = (P, T, B, F, m_0, st)$ เป็นไทม์เพทรีเน็ต

$FDG = (FT, E, FT_0, gt)$ เป็นกราฟฟังก์ชันของการยิงของ TPN

จะได้ว่า เซตของโหนดการยิง $FT = T$

ตัวอย่างที่ 9 เซตของโหนดการยิง

จากเซตของทรานสิชันของไทม์เพทรีเน็ตที่แสดงในรูปที่ 3.1(ก) คือ

$$T = \{t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6, t_7, t_8\}$$

สามารถสร้างเซตของโหนดการยิงจากเซตของทรานสิชันจากสมการ $FT = T$

ดังนั้น เซตของโหนดการยิง $FT = \{t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6, t_7, t_8\}$

3.2.2 การสร้างเซตของโหนดการยิงเริ่มต้น

โหนดการยิงเริ่มต้นในกราฟฟังก์ชันของการยิงเป็นตัวแทนของทรานสิชันที่ทำงานเมื่อระบบเริ่มทำงาน ซึ่งสามารถหาได้จากเซตของทรานสิชันที่พร้อมทำงานด้วยมาร์คกิงเริ่มต้นของไทม์เพทรีเน็ตที่ต้องการสร้างกราฟฟังก์ชันของการยิง ดังนั้น สามารถหาเซตของโหนดการยิงเริ่มต้นได้จากสมการต่อไปนี้

กำหนดให้ $TPN = (P, T, B, F, m_0, st)$ เป็นไทม์เพทรีเน็ต

$FDG = (FT, E, FT_0, gt)$ เป็นกราฟฟังก์ชันของการยิงของ TPN

จะได้ว่า เซตของโหนดการยิงเริ่มต้น $FT_0 = En(m_0)$

จากนิยามที่ 4 เซตของทรานสิชันพร้อมทำงานด้วยมาร์คกิงเริ่มต้น

$$EN(m_0) = \{t \in T | m_0(p) \geq B(p, t)\}$$

ดังนั้น

เซตของโหนดการยิงเริ่มต้น $FT_0 = \{t \in T | m_0(p) \geq B(p, t)\}$

ตัวอย่างที่ 10 เซตของโหนดการยิงเริ่มต้น

จากไทม์เพทรีเน็ตที่แสดงในรูปที่ 3.1(ก) ประกอบด้วย

$$\text{มาร์คกิงเริ่มต้น } m_0 = (1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0)^T$$

$$\text{ค่าถ่วงน้ำหนักของเส้นเชื่อมขาเข้า } B(p_1, t_1) = 1, B(p_6, t_6) = 1$$

สามารถสร้างเซตของโหนดการยิงจากเซตของทรานสิชัน

$$FT_0 = EN(m_0) = \{t \in T \mid m_0(p) \geq B(p, t)\} = \{t_1, t_6\}$$

ดังนั้น

$$\text{เซตของโหนดการยิงเริ่มต้น } FT_0 = \{t_1, t_6\}$$

3.2.3 การสร้างเซตของเส้นเชื่อมในกราฟฟังก์ชันการยิง

งานวิจัยนี้ใช้เมตริกซ์การยิงทรานสิชันแทนเส้นเชื่อมในกราฟฟังก์ชันการยิง โดยการศึกษาหาแต่ละเส้นเชื่อมในกราฟฟังก์ชันการยิงใช้คุณสมบัติการถ่ายทอดของความสัมพันธ์แบบไบนารีของกราฟ (transitive binary relation)

จากนิยามความสัมพันธ์แบบไบนารีของกราฟแบบมีทิศทาง aRb ก็ต่อเมื่อ (a,b) เป็นเส้นเชื่อม 1 เส้นในกราฟ โดยความสัมพันธ์แบบไบนารีจะมีคุณสมบัติการถ่ายทอด ก็ต่อเมื่อ ถ้า xRy และ yRz แล้ว xRz สำหรับทุก x, y, z ซึ่งเป็นจุดยอดในกราฟ

เพื่อความสะดวกในการหาเส้นเชื่อมในกราฟฟังก์ชันการยิง งานวิจัยนี้สามารถนิยามความสัมพันธ์แบบไบนารีของไทม์เพทรีเน็ตได้ดังนิยามที่ 14 และนิยามคุณสมบัติการถ่ายทอดของทรานสิชันได้ดังนิยามที่ 15

นิยามที่ 14 ความสัมพันธ์แบบไบนารีของไทม์เพทรีเน็ต

กำหนดให้ $TPN = (P, T, B, F, m_0, st)$ เป็นไทม์เพทรีเน็ต จะได้ว่า pRt ก็ต่อเมื่อ $(p, t) \in D_B$ และ tRp ก็ต่อเมื่อ $(t, p) \in D_F$

จากนิยามที่ 14 เมื่อพิจารณาเมตริกซ์ขาเข้าและเมตริกซ์ขาออกของไทม์เพทรีเน็ตแล้วพบว่า เมตริกซ์ขาเข้าของไทม์เพทรีเน็ตมีความสัมพันธ์แบบไบนารี pRt และเมตริกซ์ขาออกของไทม์เพทรีเน็ตมีความสัมพันธ์แบบไบนารี tRp

นิยามที่ 15 คุณสมบัติการถ่ายทอดของทรานสิชัน

กำหนดให้ $TPN = (P, T, B, F, m_0, st)$ เป็นไทม์เพทรีเน็ต จะได้ว่า $t_i R t_j$ ก็ต่อเมื่อ $t_i R p_j$ และ $p_j R t_j$

จากนิยามคุณสมบัติการถ่ายทอดของทรานสิชันตามนิยามที่ 15 พบว่า สามารถหาสถานะ ถัดไปหรือทรานสิชันที่จะยังถัดไปได้ด้วยการคูณเมตริกซ์ ดังนั้น เมตริกซ์การยิงทรานสิชันสามารถ แทนได้ด้วยผลคูณของเมตริกซ์ขาเข้ากับเมตริกซ์ขาออกของไทม์เพทรีเน็ตได้ดังนิยามที่ 16

นิยามที่ 16 การหาเมตริกซ์การยิงทรานสิชัน

กำหนดให้ $TPN = (P, T, B, F, m_0, st)$ เป็นไทม์เพทรีเน็ต

$X = [x_{i,j}]$ เป็นเมตริกซ์ขาออกของ TPN ขนาด $|T| \times |P|$

$Y = [y_{i,j}]$ เป็นเมตริกซ์ขาเข้าของ TPN ขนาด $|P| \times |T|$

$FDG = (FT, E, FT_0, gt)$ เป็นกราฟฟังก์ชันการยิงของ TPN

$EM = [em_{i,j}]$ เป็นเมตริกซ์การยิงทรานสิชันขนาด $|FT| \times |FT|$

จะได้ว่า

$Z = XY = [Z_{i,j}]$ เป็นเมตริกซ์ผลลัพธ์จากการคูณเมตริกซ์ขาออกกับเมตริกซ์ขาเข้า ของไทม์เพทรีเน็ตขนาด $|T| \times |T|$ โดยที่ $Z_{i,j} = \sum_{k=1}^n x_{i,k}y_{k,j}$ แล้ว

$$em_{i,j} = \begin{cases} 1, & Z_{i,j} > 0 \\ Z_{i,j}, & \text{กรณีอื่น} \end{cases}$$

ตัวอย่างที่ 11 การหาเมตริกซ์การยิงทรานสิชัน

จากไทม์เพทรีเน็ตที่แสดงในรูปที่ 3.1(ก) สามารถสร้างเมตริกซ์ขาออกของไทม์เพทรีเน็ต FM และเมตริกซ์ขาเข้าของไทม์เพทรีเน็ต BM ได้ดังนี้

จากค่าถ่วงน้ำหนักของเส้นเชื่อมขาออกจากทรานสิชันไปเพลส $F(x) = 1$; $x \in \{(t_1, p_2), (t_1, p_3), (t_2, p_4), (t_2, p_4), (t_3, p_5), (t_4, p_7), (t_5, p_8), (t_6, p_9), (t_7, p_{10}), (t_8, p_{11})\}$ สามารถสร้างเมตริกซ์ขาออกของไทม์เพทรีเน็ต FM ได้ดังนี้

$$FM = \begin{matrix} & p_1 & p_2 & p_3 & p_4 & p_5 & p_6 & p_7 & p_8 & p_9 & p_{10} & p_{11} \\ \begin{matrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \\ t_4 \\ t_5 \\ t_6 \\ t_7 \\ t_8 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

จากค่าถ่วงน้ำหนักของเส้นเชื่อมขาเข้าจากเพลสไปทรานสิชัน $B(x) = 1$; $x \in \{(p_1, t_1), (p_2, t_2), (p_3, t_3), (p_4, t_4), (p_5, t_5), (p_6, t_6), (p_7, t_7), (p_8, t_7), (p_9, t_8), (p_{10}, t_8)\}$ สามารถสร้างเมตริกซ์ขาเข้าของไทม์เพทรีเน็ต BM ได้ดังนี้

$$BM = \begin{matrix} & t_1 & t_2 & t_3 & t_4 & t_5 & t_6 & t_7 & t_8 \\ p_1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ p_2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ p_3 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ p_4 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ p_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ p_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ p_7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ p_8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ p_9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ p_{10} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ p_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

จากนิยามที่ 16 สามารถสร้างเมตริกซ์การยิงทรานสิชันได้ดังนี้

$$EM = FM \times BM = \begin{matrix} & t_1 & t_2 & t_3 & t_4 & t_5 & t_6 & t_7 & t_8 \\ t_1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ t_2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ t_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ t_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ t_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ t_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ t_7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ t_8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

เมื่อพิจารณา EM จะพบว่า แต่ละตำแหน่งในเมตริกซ์การยิงทรานสิชันแทนเส้นเชื่อมระหว่างโหนดการยิง ft_i ไปยังโหนดการยิง ft_j เมื่อ $em_{ft_i,ft_j} = 1$ ซึ่งหมายถึง ลำดับการยิงโหนดการยิงในกราฟฟังก์ชันของการยิงขนาดความยาว 2 จากโหนดการยิง ft_i ไปยังโหนดการยิง ft_j จะเห็นว่า

$$\begin{aligned} em_{t_1,t_2} = 1 & \text{ ได้มาจาก } (t_1, p_2) \rightarrow (p_2, t_2) \\ em_{t_1,t_3} = 1 & \text{ ได้มาจาก } (t_1, p_3) \rightarrow (p_3, t_3) \\ em_{t_2,t_4} = 1 & \text{ ได้มาจาก } (t_2, p_4) \rightarrow (p_4, t_4) \\ em_{t_3,t_5} = 1 & \text{ ได้มาจาก } (t_3, p_5) \rightarrow (p_5, t_5) \\ em_{t_4,t_7} = 1 & \text{ ได้มาจาก } (t_4, p_7) \rightarrow (p_7, t_7) \\ em_{t_5,t_7} = 1 & \text{ ได้มาจาก } (t_5, p_8) \rightarrow (p_8, t_7) \\ em_{t_6,t_8} = 1 & \text{ ได้มาจาก } (t_6, p_9) \rightarrow (p_9, t_8) \\ em_{t_7,t_8} = 1 & \text{ ได้มาจาก } (t_7, p_{10}) \rightarrow (p_{10}, t_8) \end{aligned}$$

ดังนั้น เซตของเส้นเชื่อมในกราฟฟังก์ชันของการยิงมีสมาชิกทั้งหมด 8 ตัว คือ $\{(t_1, t_2), (t_1, t_3), (t_2, t_4), (t_3, t_5), (t_4, t_7), (t_5, t_7), (t_6, t_8), (t_7, t_8)\}$

3.2.4 การคำนวณหาเวลาโกลบอลของการยิงทรานสิชัน

งานวิจัยนี้ นำเวลาโกลบอลของการยิงทรานสิชันมาช่วยพิจารณาการทำงานของไทม์เพทรีเน็ต เพื่อตัดทรานสิชันที่ไม่เกี่ยวข้องเมื่อทวนสอบไทม์เพทรีเน็ตด้วยคุณสมบัติตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก โดยเวลาโกลบอลในงานวิจัยนี้ หมายถึง ช่วงเวลาสะสมตั้งแต่เวลาที่ระบบเริ่มทำงานจนถึงเวลาที่ทรานสิชันที่สนใจทำงานหรือยิงทรานสิชัน

ในส่วนนี้จะอธิบายแนวคิดและวิธีการคำนวณหาเวลาโกลบอลของการยิงทรานสิชันของแต่ละโหนดการยิง สำหรับการพิสูจน์สมการคำนวณหาเวลาโกลบอลของการยิงทรานสิชันจะนำเสนอในหัวข้อที่ 3.4

จากเงื่อนไขการยิงทรานสิชัน กำหนดให้ ทรานสิชัน ft เข้าสู่สถานะพร้อมทำงานที่เวลา τ และทรานสิชัน ft มีสถานะยิงทรานสิชันที่เวลา $\tau + \theta$ จะได้ว่า

ทรานสิชัน ft จะสามารถยิงทรานสิชันได้นั้นจะต้องมีคุณสมบัติเป็นไปตามเงื่อนไขการยิงทรานสิชันดังต่อไปนี้

1) ทรานสิชัน ft เข้าสู่สถานะพร้อมทำงานด้วยมาร์คกิง m ที่เวลา τ ซึ่งเป็นเวลาโกลบอลที่สะสมตั้งแต่ระบบเริ่มทำงานด้วยมาร์คกิงเริ่มต้นจนกระทั่งทรานสิชัน ft พร้อมทำงาน งานวิจัยนี้เขียนแทนเวลาโกลบอลที่ ft พร้อมทำงานด้วย $gt_en(ft)$

2) เมื่อถึงเวลาที่กำหนดตามเงื่อนไขการยิงทรานสิชัน แล้วทรานสิชัน ft เข้าสู่สถานะยิงทรานสิชันได้ที่เวลา $\tau + \theta$ โดย θ เป็นเวลาสัมพัทธ์ของการยิง (relative firing time) ของทรานสิชัน ft ซึ่งอยู่ในช่วงเวลาระหว่างเวลาตึ่เล็่ยที่น้อยที่สุดที่ทรานสิชัน ft ยิงทรานสิชันได้ กับค่าที่น้อยที่สุดของเซตของเวลาตึ่เล็่ยที่มากที่สุดที่ทรานสิชันพร้อมทำงานด้วยมาร์คกิง m สามารถยิงทรานสิชันได้ งานวิจัยนี้เขียนแทนช่วงเวลาสัมพัทธ์ของการยิงของทรานสิชัน ft ด้วย $rt(ft)$ สามารถคำนวณหาค่า $rt(ft)$ ได้จากช่วงเวลาตึ่เล็่ยที่สามารถยิงทรานสิชันในไทม์เพทรีเน็ตดังสมการในนิยามที่ 17

ส่วน $\tau + \theta$ เป็นเวลาโกลบอลที่ทรานสิชัน ft สามารถยิงทรานสิชันได้ ซึ่งเป็นเวลาสะสมตั้งแต่ระบบเริ่มทำงานด้วยมาร์คกิงเริ่มต้นจนกระทั่งทรานสิชัน ft ยิงทรานสิชัน งานวิจัยนี้เขียนแทนเวลาโกลบอลที่ทรานสิชัน ft สามารถยิงทรานสิชันได้ด้วย $gt(ft)$ โดยสามารถคำนวณหาเวลาโกลบอลของการยิง $gt(ft)$ ได้จากสมการในนิยามที่ 18

นิยามที่ 17 เวลาสัมพัทธ์ของการยิงของทรานสิชัน

กำหนดให้ $TPN = (P, T, B, F, m_0, st)$ เป็นโทมเพทรีเน็ต

$FDG = (FT, E, FT_0, gt)$ เป็นกราฟฟังก์ชันของการยิงของ TPN

จะได้ว่า

เวลาสัมพัทธ์ของการยิงของโหนดการยิง ft สามารถคำนวณได้ดังสมการต่อไปนี้

$$rt(ft) = \begin{cases} [est(ft), \min\{lst(t_{cf})\}], & ft \text{ เป็นทรานสิชันที่ทำงานแบบขัดแย้ง,} \\ & t_{cf} \in CF(ft); CF(ft) \text{ เป็นเซตของ} \\ & \text{ทรานสิชันที่ทำงานแบบขัดแย้งกับ } ft \\ st(ft), & \text{กรณีอื่น} \end{cases}$$

เมื่อ $rt(ft)$ เป็นช่วงเวลาสัมพัทธ์ของการยิงของทรานสิชัน ft

$est(ft)$ เป็นเวลาตึลยที่น้อยที่สุดที่ทรานสิชัน ft สามารถยิงทรานสิชันได้

$lst(t_{cf})$ เป็นเวลาตึลยที่มากที่สุดที่ทรานสิชันในเซตของทรานสิชันที่ทำงานขัดแย้งกับทรานสิชัน ft สามารถยิงทรานสิชันได้

$st(ft)$ เป็นช่วงเวลาตึลยที่ทรานสิชัน ft สามารถยิงทรานสิชันได้

นิยามที่ 18 เวลาโกลบอลของการยิงทรานสิชัน

กำหนดให้ $TPN = (P, T, B, F, m_0, st)$ เป็นโทมเพทรีเน็ต

$FDG = (FT, E, FT_0, gt)$ เป็นกราฟฟังก์ชันของการยิงของ TPN

จะได้ว่า

ช่วงเวลาโกลบอลของโหนดการยิง ft ซึ่งเป็นเวลาโกลบอลที่สามารถยิงทรานสิชันได้ สามารถคำนวณได้จากสมการต่อไปนี้

$$gt(ft) = gt_{en}(ft) + rt(ft)$$

เมื่อ $gt(ft)$ เป็นช่วงเวลาโกลบอลที่ทรานสิชัน ft สามารถยิงทรานสิชันได้

$gt_{en}(ft)$ เป็นช่วงเวลาโกลบอลที่ทรานสิชัน ft พร้อมทำงาน

$rt(ft)$ เป็นช่วงเวลาสัมพัทธ์ของการยิงของทรานสิชัน ft

จากนิยามที่ 18 งานวิจัยนี้แบ่งโหนดการยิงตามลักษณะการทำงานของทรานสิชันและจำนวนทรานสิชันที่ส่งผลให้ทรานสิชันนั้น ๆ พร้อมทำงาน สามารถแบ่งโหนดการยิงได้ 4 ประเภท ดังนี้

1) โหนดการยิงเริ่มต้น (initial firing node) เป็นโหนดการยิงที่แทนทรานสิชันพร้อมทำงานด้วยมาร์คกิงเริ่มต้น

2) โหนดการยิงแบบซิงโครไนซ์ (synchronized firing node) เป็นโหนดการยิงที่แทนทรานสิชันทำงานแบบซิงโครไนซ์

3) โหนดการยิงแบบผสม (merged firing node) เป็นโหนดการยิงที่มีโหนดก่อนหน้าเป็นเซตของทรานสิชันทำงานแบบผสม

4) โหนดการยิงทั่วไป (general firing node) เป็นโหนดการยิงที่มีจำนวนโหนดก่อนหน้าเพียงโหนดเดียว หรืออาจกล่าวได้ว่าเป็นโหนดการยิงที่แทนทรานสิชันที่มีทรานสิชันที่ส่งผลให้ทรานสิชันในโหนดการยิงนั้น ๆ ทำงานมีเพียงทรานสิชันเดียว ซึ่งครอบคลุมทรานสิชันทำงานตามลำดับ ทรานสิชันทำงานแบบขัดแย้ง และทรานสิชันทำงานแบบพร้อมกัน

การคำนวณหาช่วงเวลาโกลบอลของการยิงทรานสิชันของทรานสิชันแต่ละประเภท สามารถคำนวณได้จากสมการในนิยามที่ 19

นิยามที่ 19 การหาเวลาโกลบอลของการยิงทรานสิชัน

กำหนดให้ $TPN = (P, T, B, F, m_0, st)$ เป็นโทมเพทรีเน็ต

$FDG = (FT, E, FT_0, gt)$ เป็นกราฟฟังก์ชันของการยิงของ TPN

จะได้ว่า

ช่วงเวลาโกลบอลของโหนดการยิง ft สามารถคำนวณได้ดังสมการต่อไปนี้

$$gt(ft) = \begin{cases} rt(ft), & ft \in FT_0 \\ [\max \{egt(t_k)\}, \max \{lgt(t_k)\}] + rt(ft), & ft \text{ เป็นทรานสิชันที่ทำงานแบบซิงโครไนซ์ และ } t_k \in \bullet ft \\ [\min \{egt(t_k)\}, \max \{lgt(t_k)\}] + rt(ft), & t_k \text{ เป็นทรานสิชันที่ทำงานแบบผสม โดยที่ } t_m \in \bullet ft \\ gt(\bullet ft) + rt(ft), & \text{กรณีอื่น} \end{cases}$$

เมื่อ $gt(ft)$	เป็นช่วงเวลาโกลบอลที่ทรานสิชัน ft สามารถยิงทรานสิชันได้
$rt(ft)$	เป็นช่วงเวลาสัมพัทธ์ของการยิงของทรานสิชัน ft
$egt(t_k)$	เป็นเวลาโกลบอลที่น้อยที่สุดที่ทรานสิชัน t_k สามารถยิงทรานสิชันได้
$lgt(t_k)$	เป็นเวลาโกลบอลที่มากที่สุดที่ทรานสิชัน t_k สามารถยิงทรานสิชันได้
$gt(\bullet ft)$	เป็นช่วงเวลาโกลบอลของโหนดการยิงก่อนหน้าของ ft

งานวิจัยนี้คำนวณหาเวลาโกลบอลของการยิงทรานสิชันที่กำกับแต่ละโหนดการยิงตามสมการในนิยามที่ 19 เมื่อ $\forall gt(\bullet ft) > 0$ โดยเริ่มคำนวณหาเวลาโกลบอลของการยิงของโหนดการยิงเริ่มต้น จากนั้นหาโหนดการยิงที่ต้องคำนวณถัดไปด้วยอัลกอริทึมการค้นตามแนวกว้าง กล่าวคือหาโหนดถัดไปของโหนดการยิงที่เพิ่งคำนวณหาเวลาโกลบอลของการยิงทรานสิชัน จนทำซ้ำจนกระทั่งทุกโหนดการยิงในกราฟพึ่งพาของการยิงได้รับการคำนวณหาเวลาโกลบอลของการยิงทรานสิชันครบทุกโหนดการยิง สามารถแสดงตัวอย่างการคำนวณหาเวลาโกลบอลของการยิงดังตัวอย่างที่ 12

ตัวอย่างที่ 12 การหาเวลาโกลบอลของการยิงทรานสิชัน

จากเวลาตีเลขที่สามารถยิงทรานสิชันได้ที่กำกับในแต่ละทรานสิชันโหนดที่แสดงในรูปที่ 3.1(ก) คือ

$$st(t_1) = [3,6], st(t_2) = [1,4], st(t_3) = [2,5], st(t_4) = [3,5], \\ st(t_5) = [2,4], st(t_6) = [1,5], st(t_7) = [0,2], st(t_8) = [2,4]$$

จากตัวอย่างที่ 10 จะได้ว่า เซตของโหนดการยิงเริ่มต้น คือ $FT_0 = \{t_1, t_6\}$

จากขั้นตอนการคำนวณหาเวลาโกลบอลของการยิงทรานสิชันที่กำกับแต่ละโหนดการยิงสามารถคำนวณได้ดังนี้

คำนวณหาเวลาโกลบอลของการยิงทรานสิชันของโหนดการยิงเริ่มต้น คือ

$$gt(t_1) = rt(t_1) = [3,6] \\ gt(t_6) = rt(t_6) = [1,8]$$

จากนั้นคำนวณหาโหนดถัดไปของโหนดการยิง t_1, t_6 คือ

$$t_1 \bullet = \{t_2, t_3\} \text{ และ } t_6 \bullet = \{t_8\}$$

สามารถคำนวณหาเวลาโกลบอลของการยิงทรานสิชันของโหนดการยิง t_2, t_3 คือ

$$gt(t_2) = gt(t_1) + rt(t_2) = [3,6] + [1,4] = [4,10] \\ gt(t_3) = gt(t_1) + rt(t_3) = [3,6] + [2,5] = [5,11]$$

จากนั้นคำนวณหาโหนดถัดไปของโหนดการยิง t_2, t_3 คือ

$$t_2 \bullet = \{t_4\} \text{ และ } t_3 \bullet = \{t_5\}$$

สามารถคำนวณหาเวลาโกลบอลของการยิงทรานสิชัน คือ

$$gt(t_4) = gt(t_2) + rt(t_4) = [4,10] + [3,5] = [7,15] \\ gt(t_5) = gt(t_3) + rt(t_5) = [5,11] + [2,4] = [7,15]$$

จากนั้นคำนวณหาโหนดถัดไปของโหนดการยิง t_4, t_5 คือ

$$t_4 \bullet = \{t_7\} \text{ และ } t_5 \bullet = \{t_7\}$$

แสดงว่า โหนดการยิง t_7 เป็นโหนดการยิงแบบซิงโครไนซ์ และ $\bullet t_7 = \{t_4, t_5\}$

สามารถคำนวณหาเวลาโกลบอลของการยิงทรานสิชัน คือ

$$\begin{aligned} gt(t_7) &= [\max\{egt(\bullet t_7)\}, \max\{lgt(\bullet t_7)\}] + rt(t_7) \\ &= [\max\{egt(t_4), egt(t_5)\}, \max\{lgt(t_4), lgt(t_5)\}] + rt(t_7) \\ &= [\max\{7, 7\}, \max\{15, 15\}] + [0, 2] \\ &= [7, 15] + [0, 2] = [7, 17] \end{aligned}$$

คำนวณหาโหนดถัดไปของโหนดการยิง t_7 คือ $t_7 \bullet = \{t_8\}$ ซึ่งโหนดการยิง t_8 เป็นโหนดการยิงแบบซิงโครไนซ์ และ $\bullet t_8 = \{t_6, t_7\}$ สามารถคำนวณหาเวลาโกลบอลของการยิง คือ

$$\begin{aligned} gt(t_8) &= [\max\{egt(\bullet t_8)\}, \max\{lgt(\bullet t_8)\}] + rt(t_8) \\ &= [\max\{egt(t_6), egt(t_7)\}, \max\{lgt(t_6), lgt(t_7)\}] + rt(t_8) \\ &= [\max\{1, 7\}, \max\{8, 17\}] + [3, 4] \\ &= [7, 17] + [3, 4] = [10, 21] \end{aligned}$$

ดังนั้น เวลาโกลบอลของการยิงทรานสิชันที่กำกับในแต่ละโหนดการยิง คือ

$$gt(t_1) = [3, 6], \quad gt(t_2) = [4, 10], \quad gt(t_3) = [5, 11], \quad gt(t_4) = [7, 15], \\ gt(t_5) = [7, 15], \quad gt(t_6) = [1, 8], \quad gt(t_7) = [7, 17], \quad gt(t_8) = [10, 21]$$

3.3 อัลกอริทึมการสร้างกราฟพึ่งพาของการยิง

จากขั้นตอนการสร้างกราฟพึ่งพาของการยิงที่นำเสนอในหัวข้อที่ 3.2 สามารถสร้างกราฟพึ่งพาของการยิง $FDG = (FT, E, FT_0, gt)$ จากไทม์เพทรีเน็ต $TPN = (P, T, B, F, m_0, st)$ ได้ โดยเริ่มจาก 1) สร้างเซตของโหนดการยิงด้วยเซตของทรานสิชันของไทม์เพทรีเน็ต TPN จากนั้น 2) สร้างโหนดการยิงเริ่มต้นในกราฟพึ่งพาการยิง FDG ด้วยเซตของทรานสิชันพร้อมทำงานด้วยมาร์คกิงเริ่มต้นของ แล้ว 3) สร้างเซตของเส้นเชื่อมด้วยการหาเมตริกซ์การยิงทรานสิชัน และ 4) คำนวณหาเวลาโกลบอลที่แต่ละทรานสิชันสามารถยิงทรานสิชันได้ ผลลัพธ์สุดท้ายจะได้กราฟพึ่งพาของการยิง (FT, E, FT_0, gt) สามารถแสดงขั้นตอนวิธีการสร้างกราฟพึ่งพาของการยิงดังอัลกอริทึมที่ 1

อัลกอริทึม 1 การสร้างกราฟพึ่งพาของการยิง

input $TPN = (P, T, B, F, m_0, st)$ is a Time Petri net

output $FDG = (FT, E, ft_0, gt)$ is a firing dependency graph

- 1 create the set of firing nodes $FT = T$;
- 2 create the set of initial nodes $ft_0 = En(m_0)$;
- 3 create the input flow matrix BM ;
- 4 create the output flow matrix FM ;
- 5 create the firing transition relation matrix $E = FM \times BM$;
- 6 initial the set of nodes $queT = ft_0$;
- 7 for each $ft \in queT$ do
 - 8 calculate $gt(ft)$, the vector of the global firing time of transition t.
 - 9 if ft has successor nodes then
 - 10 $queT = queT \cup successor(ft)$;
 - 11 end
 - 12 $queT = queT - \{ft\}$;
- 13 end
- 14 return $FDG = (FT, E, ft_0, gt)$

จากอัลกอริทึมที่ 1 มีขั้นตอนวิธีการสร้างกราฟพึ่งพาของการยิง ดังนี้

บรรทัดที่ 1 สร้างเซตของโหนดการยิง โดยเซตของโหนดการยิงในกราฟพึ่งพาของการยิง เท่ากับเซตของทรานสิชันในไทม์เพทรีเน็ต

บรรทัดที่ 2 สร้างเซตของโหนดการยิงเริ่มต้น โดยเซตของโหนดการยิงเริ่มต้นในกราฟพึ่งพาของการยิงเท่ากับเซตของทรานสิชันที่พร้อมทำงานด้วยมาร์คกิงเริ่มต้นของไทม์เพทรีเน็ต

บรรทัดที่ 3 ถึง 5 สร้างเมตริกซ์การยิงทรานสิชันซึ่งแทนเซตของเส้นเชื่อมในกราฟพึ่งพาของการยิงจากผลคูณของเมตริกซ์ขาเข้าของไทม์เพทรีเน็ตกับเมตริกซ์ขาออกของไทม์เพทรีเน็ต

บรรทัดที่ 6 ถึง 13 คำนวณเวลาโกลบอลของการยิงทรานสิชันที่ละโหนดการยิง โดยเริ่มจากนำโหนดการยิงเริ่มต้นเข้าสู่ลำดับคิว จากนั้นคำนวณเวลาโกลบอลของการยิงทรานสิชัน และลบโหนดการยิงที่คำนวณแล้วออกจากคิว แล้วหาโหนดถัดไปของโหนดการยิงที่เพิ่งคำนวณเวลาโกลบอลของการยิงทรานสิชันและเพิ่มโหนดถัดไปเข้าสู่ลำดับคิว จนทำซ้ำจนกระทั่งลำดับคิวว่าง เมื่อสิ้นสุดการทำงานโหนดการยิงได้รับการคำนวณเวลาโกลบอลของการยิงครบทุกโหนดการยิง

บรรทัดที่ 14 เป็นผลลัพธ์สุดท้าย คือ กราฟพึ่งพาของการยิง

เมื่อพิจารณาอัตราการเติบโตเชิงเวลาของอัลกอริทึมที่ 1 การสร้างกราฟฟังก์ชันของการยิงพบว่า บรรทัดที่ 5 เป็นการหาเส้นเชื่อมในกราฟฟังก์ชันของการยิงด้วยการคูณเมตริกซ์ ใช้เวลาคำนวณคือ $O(|T|^2|P|)$ โดยที่ $|T|$ คือ จำนวนสมาชิกของเซตของทรานสิชันในไทม์เพทรีเน็ต และ $|P|$ คือ จำนวนสมาชิกของเซตของเพลสในไทม์เพทรีเน็ต

ส่วนบรรทัดที่ 6 ถึง 12 เป็นการคำนวณเวลาโกลบอลที่แต่ละทรานสิชันยิงทรานสิชันได้ โดยใช้อัลกอริทึมการค้นตามแนวกว้างค้นหาโหนดการยิงที่จะคำนวณ ดังนั้น ใช้เวลาคำนวณคือ $O(|FT|)$ โดยที่ $|FT|$ คือ จำนวนสมาชิกของเซตของโหนดการยิงในกราฟฟังก์ชันของการยิง

เนื่องจาก $|FT| = |T|$ ดังนั้น อัลกอริทึมที่ 1 มีอัตราการเติบโตเชิงเวลาเท่ากับ $O(|T|^2|P| + |FT|) = O(|T|^2|P| + |T|) = O(|T|^2|P|)$ โดยที่ $|T|$ คือ จำนวนสมาชิกของเซตของทรานสิชันในไทม์เพทรีเน็ต และ $|P|$ คือ จำนวนสมาชิกของเซตของเพลสในไทม์เพทรีเน็ต

3.4 การวิเคราะห์การทำงานของไทม์เพทรีเน็ตด้วยกราฟฟังก์ชันของการยิง

กราฟฟังก์ชันของการยิงสามารถนำเสนอพฤติกรรมของไทม์เพทรีเน็ตด้วยลำดับการยิงโหนดการยิงในกราฟฟังก์ชันของการยิง ซึ่งเป็นลำดับการยิงทรานสิชันในไทม์เพทรีเน็ต ดังแสดงในทฤษฎีบทที่ 1 นอกจากนี้กราฟฟังก์ชันของการยิงสามารถแสดงเวลาโกลบอลที่เป็นไปได้ที่แต่ละทรานสิชันสามารถยิงทรานสิชันได้ ซึ่งเป็นช่วงเวลาตั้งแต่ระบบเริ่มทำงานด้วยมาร์คกิงเริ่มต้นจนถึงเวลาที่ทรานสิชันนั้น ๆ สามารถยิงทรานสิชันได้ ดังแสดงในทฤษฎีบทที่ 2

สำหรับการพิจารณาทรานสิชันที่จำเป็นหรือสามารถเข้าถึงได้เมื่อทวนสอบไทม์เพทรีเน็ตด้วยตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริกนั้น งานวิจัยนี้ใช้บทแทรกที่ 1 และบทแทรกที่ 2 ในการวิเคราะห์ว่าทรานสิชันใดสามารถยิงทรานสิชันได้ในเวลาที่สนใจ โดยบทแทรกที่ 1 กล่าวถึง การพิจารณาเหตุการณ์ที่เกิดก่อนเสมอ หรืออาจกล่าวได้ว่าเป็นทรานสิชันที่ยิงก่อนเสมอได้ เพื่อช่วยค้นหาทรานสิชันที่สามารถทำงานได้ในเวลาที่สนใจ และบทแทรกที่ 2 กล่าวถึง ระยะเวลาตั้งแต่ทรานสิชันใด ๆ เริ่มยิงทรานสิชันจนกระทั่งอีกทรานสิชันที่สนใจสามารถยิงทรานสิชันได้ เพื่อช่วยคำนวณหาระยะเวลาในการทำงานระหว่างทรานสิชัน 2 ทรานสิชัน หรือคำนวณหาระยะเวลาของลำดับการยิงทรานสิชันเมื่อลำดับการยิงทรานสิชันนั้น ๆ ไม่ได้เริ่มจากมาร์คกิงเริ่มต้น

ทฤษฎีบทที่ 1 ลำดับการยิงทรานสิชัน

กำหนดให้ $TPN = (P, T, B, F, m_0, st)$ เป็นโทรม์เพทรีเน็ต

$FDG = (FT, E, FT_0, gt)$ เป็นกราฟฟังก์ชันของการยิงของ TPN

ft_i เป็นโหนดการยิงที่แทนทรานสิชัน t_i เมื่อ $ft_i \in FT$ และ $t_i \in T$

ft_j เป็นโหนดการยิงที่แทนทรานสิชัน t_j เมื่อ $ft_j \in FT$ และ $t_j \in T$

จะได้ว่า

ถ้า (ft_i, ft_j) เป็นเส้นเชื่อมใด ๆ ใน FDG แล้ว ลำดับการยิงทรานสิชัน $t_i t_j$

พิสูจน์ทฤษฎีบทที่ 1

จากนิยามที่ 12 จะได้ว่า (ft_i, ft_j) มีลำดับการยิงโหนดการยิง คือ $ft_i ft_j$

จากคุณสมบัติการถ่ายทอดของทรานสิชัน จะได้ว่า (ft_i, ft_j) ได้มาจาก

$(t_i, p) \rightarrow (p, t_j)$ ดังนั้น $p = t_i \bullet = \bullet t_j$

จากนิยามการยิงทรานสิชัน สมมติให้ ทรานสิชัน t_i ยิงทรานสิชัน ส่งผลให้เปลี่ยนสถานะจาก

$S = (m, f)$ ไปยัง $S' = (m', f')$ จะได้ว่า

$$m' = m - B(\bullet t_i, t_i) + F(t_i, t_i \bullet)$$

แทนค่า $t_i \bullet = \bullet t_j$ จะได้

$$m' = m - B(\bullet t_i, t_i) + F(t_i, \bullet t_j)$$

สมมติให้ ทรานสิชัน t_j ยิงทรานสิชัน ส่งผลให้เปลี่ยนสถานะจาก $S'' = (m'', f'')$ ไปยัง

$S''' = (m''', f''')$ จะได้ว่า

$$m''' = m'' - B(\bullet t_j, t_j) + F(t_j, t_j \bullet)$$

เนื่องจาก $F(t_i, \bullet t_j) = B(\bullet t_j, t_j)$ จะได้ว่า $t_j \in EN(m')$ แสดงว่า ทรานสิชัน t_j

พร้อมทำงาน ณ สถานะ S' ดังนั้น สถานะ $S' = S''$

จากนิยามลำดับการยิงทรานสิชัน จะได้ว่า ลำดับการยิงทรานสิชัน คือ $t_i t_j$

เพราะฉะนั้น ทฤษฎีบทที่ 1 เป็นจริง

การพิสูจน์ทฤษฎีบทที่ 1 ชี้ให้เห็นว่า สำหรับ $e = (ft_i, ft_j) \in E$ นั้นเมื่อทรานสิชัน ft_i ยิงทรานสิชันแล้วทรานสิชัน ft_j จะพร้อมทำงานทันที หรืออาจกล่าวได้ว่า เมื่อทรานสิชัน ft_i ยิงทรานสิชันแล้วทรานสิชัน ft_j จะสามารถยิงทรานสิชันได้ในลำดับถัดไป และจากนิยามที่ 12 สามารถเขียนลำดับโหนดการยิงแทนได้ด้วยลำดับการยิงทรานสิชัน

ทฤษฎีบทที่ 2 เวลาโกลบอลที่สามารถยิงทรานสิชันได้

ถ้า ft_i เป็นโหนดการยิงในกราฟพึ่งพาของการยิง $FDG = (FT, E, FT_0, gt)$ ที่เข้าถึงได้จากโหนดการยิงเริ่มต้น ft_0 โดยที่ $ft_0 \in FT_0$ แล้ว $gt(ft_i)$ เป็นเวลาโกลบอลที่ทรานสิชัน ft_i สามารถยิงทรานสิชันได้

พิสูจน์ทฤษฎีบทที่ 2

การพิสูจน์นี้ใช้เทคนิคอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์

กำหนดให้ $P(i)$ แทนข้อความ $gt(ft_i)$ เป็นเวลาโกลบอลที่ทรานสิชัน ft_i สามารถยิงทรานสิชันได้ สำหรับ $ft_0 ft_1 \dots ft_{i-1} ft_i$ โดยที่ $ft_0 \in FT_0$ เมื่อ $ft_0 ft_1 \dots ft_{i-1} ft_i$ เป็นลำดับการโหนดการยิงจากโหนดการยิงเริ่มต้น ft_0 ไปโหนดการยิง ft_i

ขั้นมูลฐาน ($i = 0$) แสดงว่า $P(0)$ เป็นจริง

สมมติให้ $gt(ft_j)$ เป็นเวลาโกลบอลที่ทรานสิชัน ft_j ยิงทรานสิชัน โดยที่ $\forall ft_j \in ft_0$

เนื่องจาก ft_0 เป็นโหนดการยิงเริ่มต้น จะได้ว่า สำหรับ $\forall ft_j \in En(m_0)$ ทรานสิชัน ft_j จะพร้อมทำงานที่เวลา $[0,0]$ ดังนั้น $gt(ft_j)$ คือ เวลาสัมพัทธ์ของการยิงของทรานสิชัน ft_j และเป็นเวลาโกลบอลที่ทรานสิชัน ft_j สามารถยิงทรานสิชันได้

เพราะฉะนั้น $P(0)$ เป็นจริง

ขั้นอุปนัย แสดงว่า ถ้า $P(i)$ เป็นจริง เมื่อ $i \geq 1$ แล้ว $P(i + 1)$ เป็นจริง

สมมติให้ $P(i)$ แทน $gt(ft_i)$ เป็นเวลาโกลบอลที่ทรานสิชัน ft_i ยิงทรานสิชัน

$P(i + 1)$ แทน $gt(ft_{i+1})$ เป็นเวลาโกลบอลที่ทรานสิชัน ft_{i+1} ยิงทรานสิชัน

การพิสูจน์ขั้นอุปนัยนี้แบ่งการพิสูจน์เป็น 3 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 ft_{i+1} เป็นโหนดการยิงทั่วไป

โหนดการยิงทั่วไปเป็นโหนดการยิงที่มีจำนวนโหนดก่อนหน้าเพียงโหนดเดียว เนื่องจาก การยิงทรานสิชันใด ๆ ไม่มีเวลาตีเลยในการยิง ดังนั้น เวลาโกลบอลที่ทรานสิชัน ft_i ยิงทรานสิชัน จะเป็นเวลาเดียวกับเวลาโกลบอลที่ทรานสิชัน ft_{i+1} พร้อมทำงาน

จากนิยามที่ 18 จะได้ว่า

$$gt(ft_{i+1}) = gt_en(ft_{i+1}) + rt(ft_{i+1})$$

$$gt(ft_{i+1}) = gt(ft_i) + rt(ft_{i+1})$$

เพราะฉะนั้น เวลาโกลบอลที่ทรานสิชัน ft_{i+1} ยิงทรานสิชัน คือ $gt(ft_{i+1})$

กรณีที่ 2 ft_{i+1} เป็นโหนดการยิงแบบซิงโครไนซ์

โหนดการยิงแบบซิงโครไนซ์เป็นโหนดการยิงที่แทนทรานสิชันที่ทำงานแบบซิงโครไนซ์ เนื่องจาก ทรานสิชันทำงานแบบซิงโครไนซ์จะพร้อมทำงาน ก็ต่อเมื่อ ทุกเพลสขาเข้าของทรานสิชันนั้น ๆ ทำงาน ดังนั้น ทรานสิชัน ft_{i+1} จะพร้อมทำงาน ก็ต่อเมื่อ ทรานสิชัน ft_j ทุกตัวที่เป็นสมาชิกของ เซตโหนดก่อนหน้าของ ft_{i+1} ยิงทรานสิชัน เมื่อ $ft_j \in \bullet ft_{i+1}$ ดังนั้น เวลาไกลบอลที่น้อยที่สุดที่ ft_{i+1} พร้อมทำงาน คือ ค่าที่มากที่สุดของ $\{egt(ft_j)\}$ โดยที่ ft_j เป็นสมาชิกของเซตโหนดก่อนหน้าของ ft_{i+1} และเวลาไกลบอลที่มากที่สุดที่ ft_{i+1} พร้อมทำงาน คือ ค่าที่มากที่สุดของ $\{lgt(ft_j)\}$ โดยที่ ft_j เป็นสมาชิกของเซตโหนดก่อนหน้าของ ft_{i+1}

จากนิยามที่ 18 จะได้ว่า

$$\begin{aligned} gt(ft_{i+1}) &= gt_en(ft_{i+1}) + rt(ft_{i+1}) \\ gt(ft_{i+1}) &= [\max\{egt(ft_j)\}, \max\{lgt(ft_j)\}] \\ &\quad + [ert(ft_{i+1}), lrt(ft_{i+1})] \\ gt(ft_{i+1}) &= [\max\{egt(ft_j)\} + ert(ft_{i+1}), \\ &\quad \max\{lgt(ft_j)\} + lrt(ft_{i+1})] \end{aligned}$$

เพราะฉะนั้น เวลาไกลบอลที่ทรานสิชัน ft_{i+1} ยิงทรานสิชัน คือ $gt(ft_{i+1})$

กรณีที่ 3 ft_{i+1} โหนดการยิงแบบผสม

โหนดการยิงแบบผสมเป็นโหนดการยิงที่มีโหนดก่อนหน้าเป็นเซตของทรานสิชันที่ทำงานแบบผสม เนื่องจาก ทรานสิชัน ft_{i+1} จะพร้อมทำงาน ก็ต่อเมื่อ ทรานสิชัน ft_j ตัวใดตัวหนึ่งที่เป็นสมาชิกของเซตโหนดก่อนหน้าของ ft_{i+1} ยิงทรานสิชัน เมื่อ $ft_j \in \bullet ft_{i+1}$ ดังนั้น เวลาไกลบอลที่น้อยที่สุดที่ทรานสิชัน ft_{i+1} พร้อมทำงาน คือ ค่าที่น้อยที่สุดของ $\{egt(ft_j)\}$ โดยที่ ft_j เป็นสมาชิกของเซตโหนดก่อนหน้าของ ft_{i+1} และเวลาไกลบอลที่มากที่สุดที่ทรานสิชัน ft_{i+1} พร้อมทำงาน คือ ค่าที่มากที่สุดของ $\{lgt(ft_j)\}$ โดยที่ ft_j เป็นสมาชิกของเซตโหนดก่อนหน้าของ ft_{i+1}

จากนิยามที่ 18 จะได้ว่า

$$\begin{aligned} gt(ft_{i+1}) &= gt_en(ft_{i+1}) + rt(ft_{i+1}) \\ gt(ft_{i+1}) &= [\min\{egt(ft_j)\}, \max\{lgt(ft_j)\}] \\ &\quad + [ert(ft_{i+1}), lrt(ft_{i+1})] \\ gt(ft_{i+1}) &= [\min\{egt(ft_j)\} + ert(ft_{i+1}), \\ &\quad \max\{lgt(ft_j)\} + lrt(ft_{i+1})] \end{aligned}$$

เพราะฉะนั้น เวลาไกลบอลที่ทรานสิชัน ft_{i+1} ยิงทรานสิชัน คือ $gt(ft_{i+1})$

จากกรณีพิสูจน์ทั้ง 3 กรณีในขั้นอุปนัยสามารถสรุปได้ว่า $P(i + 1)$ เป็นจริง เพราะฉะนั้น โดยอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์ จะได้ว่า $P(i)$ เป็นจริง

เพราะฉะนั้น ทฤษฎีบทที่ 2 เป็นจริง

การพิสูจน์ทฤษฎีบทที่ 2 ชี้ให้เห็น เวลาโกลบอล $gt(ft_i)$ เป็นเวลาโกลบอลที่เป็นไปได้ที่ ft_i ยิงทรานสิชันได้สำหรับลำดับการยิงโหนดการยิง $ft_0 ft_1 \dots ft_{i-1} ft_i$ โดยที่ $ft_0 \in FT_0$ และจากทฤษฎีบทที่ 1 จะได้ว่า เวลาโกลบอล $gt(ft_i)$ เป็นเวลาโกลบอลที่เป็นไปได้ที่ทรานสิชัน t_i สามารถยิงทรานสิชันได้ สำหรับลำดับการยิงทรานสิชัน $t_0 t_1 \dots t_{i-1} t_i$ โดยที่ ft_i เป็นโหนดการยิงที่แทนทรานสิชัน t_i เมื่อ $ft_i \in FT$ และ $t_i \in T$ ซึ่งครอบคลุมทุกลักษณะการทำงานของทรานสิชัน

บทแทรกที่ 1 ทรานสิชันที่ยิงก่อนเสมอ

กำหนด ft_i และ ft_j เป็นโหนดการยิงในกราฟพึ่งพาของการยิง $FDG = (FT, E, FT_0, gt)$ ที่เข้าถึงได้จากโหนดการยิงเริ่มต้น จะได้ว่า

ถ้า $gt(ft_i)$ เกิดขึ้นก่อนเวลา $gt(ft_j)$ แล้ว ทรานสิชัน ft_i จะยิงทรานสิชันก่อนที่ทรานสิชัน ft_j จะยิงทรานสิชันเสมอ

พิสูจน์บทแทรกที่ 1

จากนิยาม Allens' Interval Algebra [32] จะได้ว่า ถ้า $gt(ft_i)$ เกิดขึ้นก่อนเวลา $gt(ft_j)$ แล้ว $[egt(ft_i), lgt(ft_i)] < [egt(ft_j), lgt(ft_j)]$

ดังนั้น $egt(ft_i) < lgt(ft_i) < egt(ft_j) < lgt(ft_j)$

เนื่องจาก $lgt(ft_i)$ เป็นเวลาโกลบอลที่มากที่สุดที่ทรานสิชัน ft_i สามารถยิงทรานสิชันได้ และ $egt(ft_j)$ เป็นเวลาโกลบอลที่น้อยที่สุดที่ทรานสิชัน ft_j สามารถยิงทรานสิชันได้

แสดงว่า ทรานสิชัน ft_i ต้องยิงทรานสิชันไม่เกินเวลาโกลบอล $lgt(ft_i)$ และทรานสิชัน ft_j ไม่สามารถยิงทรานสิชันได้ก่อนเวลาโกลบอล $egt(ft_j)$

เนื่องจาก $lgt(ft_i) < egt(ft_j)$ แสดงว่า ทรานสิชัน ft_i ไม่สามารถยิงทรานสิชันได้ก่อนเวลาโกลบอล $lgt(ft_i)$ เสมอ

เพราะฉะนั้น ทรานสิชัน ft_i จะยิงทรานสิชันก่อนทรานสิชัน ft_j เสมอ

บทแทรกที่ 2

ระยะเวลาระหว่างทรานสิชัน 2 ทรานสิชัน

กำหนดให้ ft_i และ ft_j เป็นโหนดการยิงในกราฟพึ่งพาของการยิง $FDG = (FT, E, FT_0, gt)$ ที่เข้าถึงได้จากโหนดการยิงเริ่มต้น จะได้ว่า

ถ้า โหนดการยิง ft_j สามารถเข้าถึงได้จาก ft_i แล้ว ระยะเวลาตั้งแต่ทรานสิชัน ft_i ยิงทรานสิชันจนกระทั่งทรานสิชัน ft_j ยิงทรานสิชัน คือ $gt(ft_j) - gt(ft_i)$

พิสูจน์บทแทรกที่ 2

กำหนดให้ ลำดับการยิงทรานสิชัน คือ $ft_i ft_j$

$$rt(ft_i) = [a, b]$$

$$rt(ft_j) = [c, d]$$

การพิสูจน์นี้แบ่งการพิสูจน์เป็น 2 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 $gt_en(ft_i) = 0$

จากนิยามที่ 18 จะได้ว่า

$$gt(ft_i) = [0, 0] + [a, b] = [a, b]$$

$$gt(ft_j) = [a, b] + [c, d] = [a + c, b + d]$$

ดังนั้น ระยะเวลาตั้งแต่ทรานสิชัน ft_i ยิงทรานสิชันจนกระทั่ง ft_j ยิงทรานสิชัน คือ

$$gt(ft_j) - gt(ft_i) = [a + c, b + d] - [a, b] = [c, d]$$

กรณีที่ 2 $gt_en(ft_i) = [x, y]$

จากนิยามที่ 18 จะได้ว่า

$$gt(ft_i) = [x, y] + [a, b] = [x + a, x + b]$$

$$gt(ft_j) = [x + a, x + b] + [c, d] = [x + a + c, x + b + d]$$

ดังนั้น ระยะเวลาตั้งแต่ทรานสิชัน ft_i ยิงทรานสิชันจนกระทั่ง ft_j ยิงทรานสิชัน คือ

$$gt(ft_j) - gt(ft_i) = [x + a + c, x + b + d] - [x + a, x + b] = [c, d]$$

จากกรณีพิสูจน์ทั้ง 2 กรณีสามารถสรุปได้ว่า ระยะเวลาตั้งแต่ทรานสิชัน ft_i ยิงทรานสิชันจนกระทั่ง ft_j ยิงทรานสิชันไม่ได้ขึ้นอยู่กับเวลาที่ทรานสิชันพร้อมทำงาน

เพราะฉะนั้น ระยะเวลาตั้งแต่ทรานสิชัน ft_i ยิงทรานสิชันจนกระทั่ง ft_j ยิงทรานสิชัน คือ $gt(ft_j) - gt(ft_i)$

ตัวอย่างที่ 13 ระยะเวลาตั้งแต่ทรานสิชันใด ๆ ยิงทรานสิชันจนกระทั่งอีกทรานสิชันยิงทรานสิชัน

เวลาโกลบอลที่ทรานสิชันยิงทรานสิชันในกราฟฟังก์ชันของการยิงแสดงในรูปที่ 3.1(ข) คือ

$$gt(t_1) = [3, 6], gt(t_2) = [4, 10], gt(t_3) = [5, 11], gt(t_4) = [7, 15], gt(t_5) = [7, 15], gt(t_6) = [1, 8], gt(t_7) = [7, 17], gt(t_8) = [10, 21]$$

เมื่อพิจารณากราฟฟังก์ชันของการยิง พบว่า มีลำดับการยิงทรานสิชันที่ทรานสิชัน t_8 สามารถเข้าถึงได้จากทรานสิชัน t_3 หลายเส้นทาง แต่ทุกลำดับการยิงทรานสิชันจะมีระยะเวลาดังแต่ t_3 ยิงทรานสิชันจนกระทั่ง t_8 ยิงทรานสิชันเท่ากัน คือ $[10, 21] - [5, 11] = [5, 10]$

บทที่ 4

การตัดไหมเพทรีเน็ตโดยใช้คุณสมบัติรยะเชิงเวลาแบบเมตริก

บทนี้นำเสนอแนวคิดและอัลกอริทึมการตัดไหมเพทรีเน็ตโดยใช้สูตรรยะเชิงเวลาแบบเมตริกเป็นเกณฑ์ในการตัด เพื่อลดขนาดไหมเพทรีเน็ตโดยกำจัดเพลสและทรานสิชันที่ไม่เกี่ยวข้องหรือไม่สามารถเข้าถึงได้เมื่อทวนสอบไหมเพทรีเน็ตด้วยสูตรรยะเชิงเวลาแบบเมตริกที่กำหนดโดยหัวข้อที่ 4.1 นำเสนอวิธีการตัดไหมเพทรีเน็ตโดยใช้คุณสมบัติรยะเชิงเวลาแบบเมตริก สำหรับหัวข้อที่ 4.2 นำเสนออัลกอริทึมการตัดไหมเพทรีเน็ตโดยใช้สูตรรยะเชิงเวลาแบบเมตริกเป็นเกณฑ์การตัดและวิเคราะห์อัตราการใช้ของอัลกอริทึมที่นำเสนอ และหัวข้อที่ 4.3 นำเสนอกรณีตัวอย่างการตัดไหมเพทรีเน็ตโดยใช้คุณสมบัติรยะเชิงเวลาแบบเมตริก

4.1 วิธีการตัดไหมเพทรีเน็ตโดยใช้คุณสมบัติรยะเชิงเวลาแบบเมตริก

การตัดไหมเพทรีเน็ตในงานวิจัยนี้ใช้สูตรรยะเชิงเวลาแบบเมตริกเป็นเกณฑ์การตัดเพลสและทรานสิชันที่ไม่สามารถเข้าถึงได้เมื่อทวนสอบไหมเพทรีเน็ตด้วยสูตรรยะเชิงเวลาแบบเมตริกที่กำหนด และใช้กราฟฟังก์ชันการยิงเพื่อช่วยพิจารณาการทำงานของไหมเพทรีเน็ต และประยุกต์ใช้แนวคิดการตัดแบบพลวัตในการตัดไหมเพทรีเน็ต โดยไหมเพทรีเน็ตที่ถูกตัดแล้วมีขนาดเล็กลงแต่ยังคงโครงสร้างและพฤติกรรมเพียงพอสำหรับการทวนสอบไหมเพทรีเน็ตด้วยสูตรรยะเชิงเวลาแบบเมตริก สามารถแสดงคุณสมบัติของไหมเพทรีเน็ตผลลัพธ์ที่ได้จากการตัดไหมเพทรีเน็ตโดยใช้สูตรรยะเชิงเวลาแบบเมตริกเป็นเกณฑ์การตัดได้ดังนิยามที่ 20

นิยามที่ 20 คุณสมบัติไหมเพทรีเน็ตผลลัพธ์

กำหนดให้ $TPN = (P, T, B, F, m_0, st)$ เป็นไหมเพทรีเน็ต

MTL เป็นสูตรรยะเชิงเวลาแบบเมตริกที่เป็นเกณฑ์การตัด TPN

จะได้ว่า

ผลลัพธ์ของการตัดไหมเพทรีเน็ต TPN โดยใช้สูตรรยะเชิงเวลาแบบเมตริก MTL เป็นเกณฑ์การตัด คือ $TPN' = (P', T', B', F', m_0', st')$ โดยต้องมีคุณสมบัติดังต่อไปนี้

1) $TPN' \subseteq TPN$

2) กำหนดให้ ไหมเพทรีเน็ต TPN มีลำดับการยิงทรานสิชัน $\sigma = t_0 t_1 \dots t_{i-1} t_i$ เมื่อ $t_0 \in En(m_0)$ และ $t_i \in \bullet p$ โดยที่ p เป็นเซตของประพจน์เดียวในสูตรรยะเชิงเวลาแบบเมตริก MTL และไหมเพทรีเน็ต TPN' มีลำดับการยิงทรานสิชัน $\sigma' = t'_0 t'_1 \dots t'_{j-1} t'_j$ โดยที่

$j \leq i$ เมื่อ $t'_0 \in En(m'_0)$ และ $t'_i \in \bullet p'$ โดยที่ $m'_0 = \{m(p') \mid p' \in P \cap P'\}$ และ p' เป็นเซตของประพจน์เดียวในสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก *MTL*

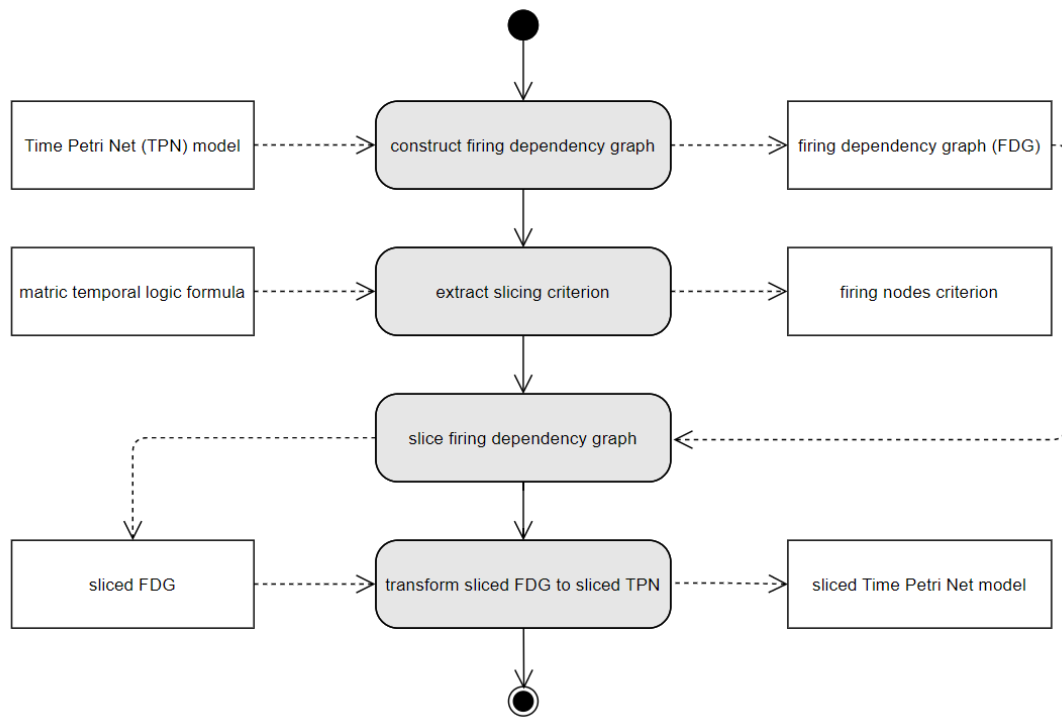
จะได้ว่า ลำดับการยิงทรานสิชัน σ' ในไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์ที่ถูกตัดแล้วเป็นลำดับย่อย (subsequence) ของลำดับการยิงทรานสิชัน σ ในไทม์เพทรีเน็ตก่อนการตัด

3) เพลสและทรานสิชันที่ไม่สามารถทำให้เพลสในเซตของประพจน์เดียวในสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก *MTL* ทำงานได้ หรือเพลสและทรานสิชันที่ไม่สามารถทำงานได้ในช่วงเวลาที่กำหนดในตัวดำเนินการเชิงเวลาในสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก *MTL* จะไม่อยู่ในไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์ที่ถูกตัดแล้ว

จากนิยามที่ 20 คุณสมบัติของไทม์เพทรีเน็ตที่ถูกตัดนั้นประยุกต์มาจากงานวิจัย [30] แต่ งานวิจัย [30] เป็นการตัดเพทรีเน็ตจึงไม่ได้คำนึงถึงเวลาในการทำงานด้วย งานวิจัยนี้จึงเพิ่มคุณสมบัติเรื่องเวลาในตัวดำเนินการเชิงเวลาในสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริกในคุณสมบัติข้อที่ 3 เพื่อให้ผลลัพธ์ที่ได้จากการตัดไทม์เพทรีเน็ตมีขนาดเล็กลงและมีความถูกต้องมากขึ้น

จากคุณสมบัติในข้อ 2 ลำดับการยิงทรานสิชัน σ' ในไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์ที่ถูกตัดแล้วเป็นลำดับย่อยของลำดับการยิงทรานสิชัน σ ในไทม์เพทรีเน็ตก่อนการตัด *TPN* นั้นหมายความว่า ลำดับการยิงทรานสิชันใด ๆ ในไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์ที่ถูกตัดแล้ว *TPN'* จะเรียงลำดับก่อนหลังเหมือนกับลำดับการยิงทรานสิชันใด ๆ ในไทม์เพทรีเน็ตก่อนการตัด *TPN* ดังนั้น ไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์ที่ถูกตัดแล้ว *TPN'* จะมีพฤติกรรมเหมือนกับพฤติกรรมของไทม์เพทรีเน็ตก่อนการตัด *TPN* ในส่วนที่เพลสและทรานสิชันเหมือนกัน ซึ่งงานวิจัยนี้ได้เพิ่มคุณสมบัติดังกล่าวไปในคุณสมบัติของไทม์เพทรีเน็ตเพื่อรับประกันว่าไทม์เพทรีเน็ตที่ถูกตัดแล้วยังคงมีพฤติกรรมเหมือนเดิมในส่วนเพลสและทรานสิชันที่เหลืออยู่กับไทม์เพทรีเน็ตก่อนการตัดซึ่งเพียงพอกับการทวนสอบไทม์เพทรีเน็ตด้วยสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก

สำหรับวิธีการตัดไทม์เพทรีเน็ตโดยใช้สูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริกเป็นเกณฑ์การตัดนั้น เริ่มจากสร้างกราฟแบบฟังก์ชันการยิงของไทม์เพทรีเน็ต จากนั้นสกัดหาเกณฑ์การตัดโหนดการยิงจากสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก แล้วตัดโหนดการยิงในกราฟฟังก์ชันการยิงที่ไม่สามารถเข้าถึงได้จากมาร์คกิงเริ่มต้นตามเกณฑ์การตัดโหนดการยิง และสุดท้ายแปลงกราฟฟังก์ชันการยิงที่ตัดแล้วเป็นไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์ โดยภาพรวมของขั้นตอนการตัดไทม์เพทรีเน็ตโดยใช้คุณสมบัติตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริกแสดงในรูปที่ 4.1



รูปที่ 4.1 ภาพรวมของขั้นตอนการตัดไทม์เพทรีเน็ตโดยใช้คุณสมบัติตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก

จากรูปที่ 4.1 การตัดไทม์เพทรีเน็ตโดยใช้คุณสมบัติตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก ในงานวิจัยนี้มีรายละเอียดข้อมูลนำเข้า วิธีการดำเนินการ และข้อมูลส่งออก ดังนี้

ข้อมูลนำเข้า ไทม์เพทรีเน็ต และสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก

ข้อมูลส่งออก ไทม์เพทรีเน็ตที่ถูกตัดแล้ว

วิธีดำเนินการ การตัดไทม์เพทรีเน็ตโดยใช้สูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริกเป็นเกณฑ์การตัด มีขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 สร้างกราฟพึ่งพาของการยิงจากไทม์เพทรีเน็ตตามอัลกอริทึมที่ 1 โดยรายละเอียดแนวคิดการสร้างกราฟพึ่งพาของการยิงได้อธิบายในบทที่ 3 และอัลกอริทึมที่ 1 การสร้างกราฟพึ่งพาของการยิงได้อธิบายในหัวข้อที่ 3.3

ขั้นตอนที่ 2 สกัดเกณฑ์การตัดจากสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก งานวิจัยนี้เป็นการตัดกราฟพึ่งพาของการยิงแทนการไทม์เพทรีเน็ตโดยตรง ดังนั้น เกณฑ์การตัดในงานวิจัยนี้จึงเป็นเกณฑ์การตัดโหนดการยิง (firing node criterion) ประกอบด้วย เกณฑ์การตัดทรานสิชัน (transition criterion) และเกณฑ์การตัดเวลาโกลบอลของการยิง (global firing time criterion) สำหรับแนวคิดการหาเกณฑ์การตัดโหนดการยิงและรายละเอียดของขั้นตอนนี้อธิบายในหัวข้อที่ 4.1.1

ขั้นตอนที่ 3 ตัดกราฟฟังก์ชันของการยิงตามเกณฑ์การตัดโหนดการยิง โดยพิจารณาตัดโหนดการยิงในกราฟฟังก์ชันของการยิงที่ไม่สามารถเข้าถึงได้ตามเกณฑ์การตัดในขั้นตอนที่ 2 สำหรับแนวคิดการตัดกราฟฟังก์ชันของการยิงและรายละเอียดของขั้นตอนนี้อธิบายในหัวข้อที่ 4.1.2

ขั้นตอนที่ 4 แปลงกราฟฟังก์ชันของการยิงที่ตัดแล้วเป็นไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์ โดยสร้างไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์จากโหนดการยิงผลลัพธ์ในกราฟฟังก์ชันของการยิงที่ตัดแล้ว โดยรายละเอียดของขั้นตอนนี้อธิบายในหัวข้อที่ 4.1.3

4.1.1 การสกัดหาเกณฑ์การตัดจากสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก

งานวิจัยนี้เสนอวิธีการตัดไทม์เพทรีเน็ตโดยใช้ตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริกเป็นเกณฑ์การตัดนั้น เป็นการตัดกราฟฟังก์ชันของการยิงที่นำเสนอพฤติกรรมของไทม์เพทรีเน็ต โดยการตัดโหนดการยิงที่ไม่เกี่ยวข้องกับการทวนสอบไทม์เพทรีเน็ตด้วยสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก งานวิจัยนี้เรียกเกณฑ์การตัดกราฟฟังก์ชันของการยิงว่า เกณฑ์การตัดโหนดการยิง (firing node criterion) สามารถสกัดหาเกณฑ์การตัดโหนดการยิงจากสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก โดยพิจารณาสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริกทั้งในส่วนของประพจน์และตัวดำเนินการเชิงเวลา สามารถแบ่งเกณฑ์การตัดโหนดการยิงเป็น 2 ส่วน รายละเอียดดังนี้

1) เกณฑ์การตัดทรานสิชัน

เกณฑ์การตัดทรานสิชัน (transition criterion) เป็นเซตของทรานสิชันที่จำเป็นต้องมีสำหรับการทวนสอบไทม์เพทรีเน็ตด้วยตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก ดังนั้น งานวิจัยนี้ตัดโหนดการยิงที่ไม่สามารถเข้าถึงได้จากมาร์คคิงเริ่มต้นด้วยทรานสิชันในเกณฑ์การตัดทรานสิชัน นอกจากนี้ยังตัดโหนดการยิงที่ส่งผลให้ทรานสิชันในเกณฑ์การตัดทรานสิชันไม่สามารถยิงทรานสิชันได้ โดยเกณฑ์การตัดทรานสิชันสามารถสกัดได้จากประพจน์ของสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก

เมื่อพิจารณาประพจน์ในสูตรตรรกะเชิงเวลา พบว่า ประพจน์ในสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริกแทนเพลสในไทม์เพทรีเน็ต ซึ่งเป็นเพลสที่ต้องการทวนสอบว่าทำงานหรือไม่ ถ้าเพลสทำงานหรือเป็นจริง แสดงว่า ทวนสอบผ่าน และเนื่องจาก เซตของทรานสิชันขาเข้าของเพลสนั้น ๆ เป็นทรานสิชันที่ส่งผลให้เพลสนั้น ๆ ทำงาน ดังนั้น เกณฑ์การตัดทรานสิชันสามารถหาได้จากเซตของทรานสิชันขาเข้าของเพลสที่เป็นประพจน์ในสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก ดังแสดงในนิยามที่ 21

2) เกณฑ์การตัดเวลาโกลบอลของการยิง

เกณฑ์การตัดเวลาโกลบอลของการยิง (global firing time criterion) เป็นเวลาโกลบอลของการยิงที่มากที่สุดที่ทรานสิชันใด ๆ สามารถยิงทรานสิชันได้สำหรับการทวนสอบไทม์เพทรีเน็ตด้วยตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก ดังนั้น ทรานสิชันที่สามารถเข้าถึงได้เมื่อทวนสอบนั้น ต้องเป็นทรานสิชันที่ยังก่อนทรานสิชันในเกณฑ์การตัดทรานสิชันเสมอ งานวิจัยนี้จึงพิจารณาตัด

เพลสและทรานสิชันที่ไม่ได้ทำงานก่อนเวลาในเกณฑ์การตัดเวลาโกลบอลของการยิงเสมอ โดยสามารถพิจารณาทรานสิชันที่ทำงานก่อนเวลาในเกณฑ์การตัดเวลาโกลบอลของการยิงเสมอตามบทแทรกที่ 1

นอกจากนี้การทวนสอบด้วยตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริกนั้น เป็นการทวนสอบว่า ทรานสิชันที่สนใจยิงทรานสิชันภายในระยะเวลาที่กำหนดในตัวดำเนินการเชิงเวลาในสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริกหรือไม่ โดยเมื่อพิจารณานิยามการตีความตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก พบว่า ตัวดำเนินการเชิงเวลาเป็นการกำหนดเวลาที่ต้องการให้เหตุการณ์นั้น ๆ เกิดขึ้น ซึ่งเป็นเวลาสัมพันธ์กับเวลาที่เหตุการณ์ที่สนใจเกิดขึ้น ถ้าเพลสหรือเหตุการณ์ที่ต้องการทวนสอบไม่ทำงานภายในระยะเวลาที่กำหนดในตัวดำเนินการเชิงเวลา แสดงว่า ทวนสอบไม่ผ่านพร้อมยกตัวอย่างค่าน

ดังนั้น เพื่อให้เกณฑ์การตัดโหนดการยิงครอบคลุมผลตัวอย่างค่านในกรณีที่ผลการทวนสอบไม่ผ่าน งานวิจัยนี้จึงพิจารณาเวลาในเกณฑ์การตัดโหนดการยิงทั้งส่วนของเวลาในตัวดำเนินการเชิงเวลา และเวลาที่เหตุการณ์นั้น ๆ เกิดขึ้นซึ่งเป็นไปตามเวลาโกลบอลของการยิงที่ทรานสิชันในเกณฑ์การตัดทรานสิชันยิงทรานสิชัน และเนื่องจากงานวิจัยนี้ใช้เวลาโกลบอลในการพิจารณาการทำงานของไทม์เพทรีเน็ต จึงต้องคำนวณเวลาโกลบอลของตัวดำเนินการเชิงเวลาจากเวลาสัมพันธ์ของตัวดำเนินการเชิงเวลา โดยคำนวณเวลาโกลบอลของตัวดำเนินการเชิงเวลาเป็นไปตามบทแทรกที่ 2

งานวิจัยนี้สามารถคำนวณหาเกณฑ์การตัดเวลาโกลบอลของการยิงซึ่งเป็นเวลาที่ใช้เป็นเกณฑ์การตัดโหนดการยิงได้จากเวลาโกลบอลของการยิงของทรานสิชันที่เป็นเกณฑ์การตัดทรานสิชันกับเวลาโกลบอลที่ตัวดำเนินการเชิงเวลานั้น ๆ ต้องการทวนสอบ ดังแสดงในนิยามที่ 21

นิยามที่ 21 เกณฑ์การตัดโหนดการยิง

กำหนดให้ $TPN = (P, T, B, F, m_0, st)$ เป็นไทม์เพทรีเน็ต

$\varphi := O_I \varphi_1 | \varphi_1 O_I \varphi_2$ เป็นสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก โดยที่

O_I เป็นตัวดำเนินการเชิงเวลา เมื่อ $I(O) = [ai(O), bi(O)]$ เป็นเวลาใน

ตัวดำเนินการเชิงเวลา O และ AP เป็นเซตของประพจน์เดี่ยวใน φ_1, φ_2

จะได้ว่า

เกณฑ์การตัดโหนดการยิง คือ $ftCrit(\varphi) = (tCrit(\varphi), gtCrit(O))$ โดยที่

1) $tCrit(\varphi)$ เป็นเซตของทรานสิชันในเกณฑ์การตัดทรานสิชัน สามารถคำนวณได้จากสมการต่อไปนี้

$$tCrit(\varphi) = \{t | t \in \bullet pCrit; pCrit \in P \cap AP\}$$

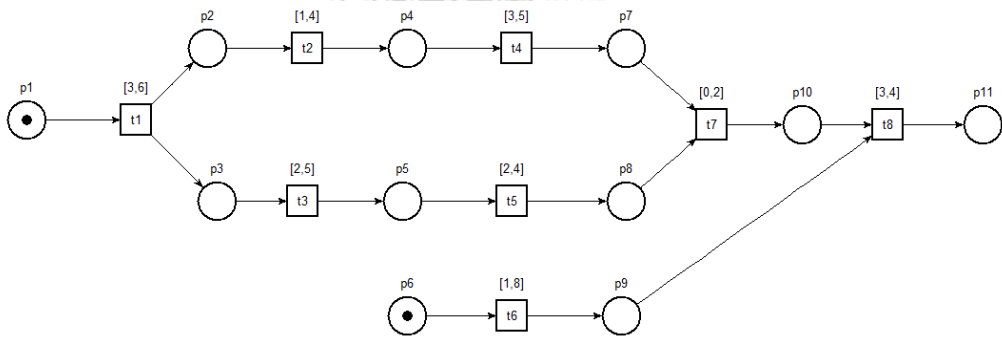
เมื่อ $tCrit$ เป็นเซตของทรานสิชันที่เป็นเกณฑ์การตัดโหนดการยิง

$pCrit$ เป็นเซตของเพลสในประพจน์ในสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก

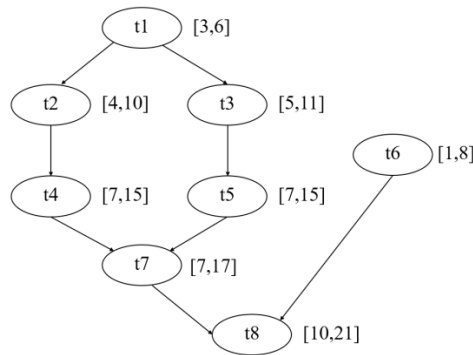
2) $gtCrit(O)$ เป็นเวลาโกลบอลในเกณฑ์การตัดเวลาโกลบอลของการยิงสามารถคำนวณได้จากสมการต่อไปนี้

$$gtCrit(O) = \begin{cases} [gt(ai(O)), \max\{gt(bi(O)), lgt(t_k)\}], & O \text{ เป็นตัวดำเนินการเสมอ และ } t_k \in tCrit \\ [\max\{egt(t_k)\}, \max\{lgt(t_k)\}], & O \text{ เป็นตัวดำเนินการในที่สุด และ } t_k \in tCrit \\ [gt(ai(O)), \max\{lgt(t_k)\}], & O \text{ เป็นตัวดำเนินการกรณีอื่น และ } t_k \in tCrit \end{cases}$$

เมื่อ $tCrit$ เป็นเซตของทรานสิชันที่เป็นเกณฑ์การตัดโหนดการยิง
 $gt(ai(O))$ เป็นเวลาโกลบอลที่น้อยที่สุดที่กำหนดในตัวดำเนินการเชิงเวลา
 $gt(bi(O))$ เป็นเวลาโกลบอลที่มากที่สุดที่กำหนดในตัวดำเนินการเชิงเวลา
 $egt(t_k)$ เป็นเวลาโกลบอลที่น้อยที่สุดที่ทรานสิชัน t_k ยิงทรานสิชันได้
 $lgt(t_k)$ เป็นเวลาโกลบอลที่มากที่สุดที่ทรานสิชัน t_k ยิงทรานสิชันได้



(ก) ตัวอย่างไหมเพทรีเน็ตที่ต้องการตัด



(ข) ตัวอย่างกราฟฟังกาของการยิง

รูปที่ 4.2 ตัวอย่างไหมเพทรีเน็ตก่อนตัดด้วยสูตรตรรกเชิงเวลาแบบเมตริก $p_2 \rightarrow \diamond_{[3,5]} p_7$

ตัวอย่างที่ 14 เกณฑ์การตัดโหนดการยิง

จากไทม์เพทรีเน็ตและกราฟฟังก์ชันของการยิงที่แสดงในรูปที่ 4.2 และ

$$\text{สูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก คือ } \varphi = p_2 \rightarrow \diamond_{[3,5]} p_7$$

สามารถสร้างเกณฑ์การตัดโหนดการยิง $ftCrit(\varphi) = (tCrit(\varphi), gtCrit(\diamond))$ ได้ดังนี้

หา $tCrit(\varphi)$ จากนิยาม 21 ได้ดังนี้

$$\text{จาก } \varphi = p_2 \rightarrow \diamond_{[3,5]} p_7 \text{ จะได้ว่า}$$

$$pCrit = \{p_2, p_7\}$$

จากไทม์เพทรีเน็ตที่แสดงในรูปที่ 4.2(ก) จะได้ว่า

$$\bullet pCrit = \{t_2, t_4\}$$

จากนิยาม 21 จะได้ว่า

$$tCrit(\varphi) = \{t \mid t \in \bullet pCrit; pCrit \in P \cap AP\}$$

$$\text{ดังนั้น } tCrit(\varphi) = \{t_2, t_4\}$$

หา $gtCrit(\diamond)$ จากนิยาม 21 ได้ดังนี้

จากกราฟฟังก์ชันของการยิงที่แสดงในรูปที่ 4.2(ข) จะได้ว่า

$$gt(t_2) = [4,10], gt(t_4) = [7,15]$$

จาก $\varphi = p_2 \rightarrow \diamond_{[3,5]} p_7$ จะได้ว่า

$$gt(\diamond) = [4,10] + [3,5] = [7,15]$$

จากนิยาม 21 จะได้ว่า

$$gtCrit(\diamond) = [\max\{egt(t_k)\}, \max\{lgt(t_k)\}]$$

เนื่องจาก $t_k \in tCrit$ และ $gt(t_2) = [4,10], gt(t_4) = [7,15]$

$$gtCrit(\diamond) = [\max\{4,7\}, \max\{10,15\}]$$

$$\text{ดังนั้น } gtCrit(\diamond) = [7,15]$$

จากนิยามที่ 21 จะพบว่า เกณฑ์การตัดโหนดการยิง $ftCrit(\varphi)$ ครอบคลุมส่วนประพจน์ในสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก φ ด้วยเกณฑ์การตัดทรานสิชัน $tCrit(\varphi)$ และครอบคลุมส่วนตัวดำเนินการเชิงเวลาในสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก φ ด้วยเกณฑ์การตัดเวลาโกลบอลของการยิง $gtCrit(\diamond)$ ซึ่งเป็นเวลาโกลบอลที่สามารถทวนสอบไทม์เพทรีเน็ตด้วยสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก φ โดยไม่ส่งผลกระทบต่อผลการทวนสอบ ดังแสดงในทฤษฎีบทที่ 3

ทฤษฎีบทที่ 3 เวลาโกลบอลที่มากที่สุดสามารถหวนสอบด้วยตัวดำเนินการเชิงเวลา

กำหนดให้ $\varphi := \mathcal{O}_I \varphi_1 | \varphi_1 \mathcal{O}_I \varphi_2$ เป็นสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก โดยที่

\mathcal{O}_I เป็นตัวดำเนินการเชิงเวลา เมื่อ $I(\mathcal{O}) = [ai(\mathcal{O}), bi(\mathcal{O})]$ เป็นเวลาในตัวดำเนินการเชิงเวลา \mathcal{O} และ AP เป็นเซตของประพจน์เดี่ยวใน φ_1, φ_2

$gtCrit(\mathcal{O}) = [egtCrit(\mathcal{O}), lgtCrit(\mathcal{O})]$ เป็นเกณฑ์การตัดเวลาโกลบอลของการยิงของสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก φ โดยที่ \mathcal{O} เป็นตัวดำเนินการเชิงเวลาใน φ

จะได้ว่า

$gtCrit(\mathcal{O})$ เป็นช่วงเวลาโกลบอลที่สามารถหวนสอบไหม้เพทรีเน็ตด้วยสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก φ

พิสูจน์ทฤษฎีบทที่ 3

กำหนดให้ $\max(egt(t_k)) = egt$ เมื่อ $t_k \in \{t \in \bullet p \mid p \in AP\}$

$\max(lgt(t_k)) = lgt$ เมื่อ $t_k \in \{t \in \bullet p \mid p \in AP\}$

$\varphi = (\rho, \tau_i)$ เมื่อ τ_i เป็นเวลาโกลบอลที่สถานะ ρ เป็นจริง

การพิสูจน์นี้จะแสดงว่า $egtCrit(\mathcal{O})$ เป็นเวลาโกลบอลที่น้อยที่สุดที่สามารถหวนสอบได้ และ $lgtCrit(\mathcal{O})$ เป็นเวลาโกลบอลที่มากที่สุดที่สามารถหวนสอบได้ โดยไม่ส่งผลกระทบต่อผลการหวนสอบ

การพิสูจน์นี้แบ่งการพิสูจน์ตามประเภทของตัวดำเนินการเชิงเวลาเป็น 4 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 $\varphi = \square_I \varphi_1$

กำหนดให้ $I(\square) = [ai(\square), bi(\square)]$ เป็นเวลาสัมพันธ์กับเวลาโกลบอล π_0 ดังนั้นเวลาโกลบอลที่ใช้ในการหวนสอบ คือ $[\pi_0 + ai(\square), \pi_0 + bi(\square)]$

จากนิยามที่ 21 จะได้ว่า

$$gtCrit(\square) = [gt(ai(\square)), \max\{gt(bi(\square)), lgt(t_k)\}]$$

$$gtCrit(\square) = [\pi_0 + ai(\square), \max\{\pi_0 + bi(\square), lgt\}]$$

การพิสูจน์ในกรณีที่ 1 แบ่งการพิสูจน์เป็น 3 กรณีย่อย ดังนี้

กรณีย่อยที่ 1 $\pi_0 + ai(\square)$ เป็นเวลาโกลบอลที่น้อยที่สุดที่สามารถหวนสอบได้

จากนิยามการตีความตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก จะได้ว่า เวลาในการหวนสอบ คือ $[\pi_0 + ai(\square), \pi_0 + bi(\square)]$ ดังนั้น $\pi_0 + ai(\square)$ เป็นเวลาโกลบอลที่น้อยที่สุดที่สามารถหวนสอบได้ตามที่กำหนดไว้ในตัวดำเนินการเสมอ

เพราะฉะนั้น $egtCrit(\square)$ เป็นเวลาโกลบอลที่น้อยที่สุดที่สามารถหวนสอบได้

กรณีย่อยที่ 2 ถ้า $\pi_0 + bi(\square) > lgt$ แล้ว $\pi_0 + bi(\square)$ เป็นเวลาโกลบอลที่มากที่สุดที่สามารถทวนสอบได้

จากนิยามการตีความตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก จะได้ว่า เวลาในการทวนสอบ คือ $[\pi_0 + ai(\square), \pi_0 + bi(\square)]$ ดังนั้น $\pi_0 + bi(\square)$ เป็นเวลาโกลบอลที่มากที่สุดที่สามารถทวนสอบได้ตามที่กำหนดไว้ในตัวดำเนินการเสมอ

เพราะฉะนั้น $lgtCrit(\square)$ เป็นเวลาโกลบอลที่มากที่สุดที่สามารถทวนสอบได้

กรณีย่อยที่ 3 ถ้า $\pi_0 + bi(\square) < lgt$ แล้ว lgt เป็นเวลาโกลบอลที่มากที่สุดที่สามารถทวนสอบได้

การพิสูจน์ในกรณีย่อยที่ 3 ใช้เทคนิคพิสูจน์โดยข้อขัดแย้ง

สมมติให้ $\pi_0 + bi(\square) > lgt$ แล้ว $lgtCrit(\varphi) = lgt$

ดังนั้น lgt เป็นเวลาโกลบอลที่มากที่สุดที่สามารถทวนสอบได้ แสดงว่า เวลาระหว่าง lgt ถึง $\pi_0 + bi(\square)$ ไม่ส่งผลกระทบต่อผลการทวนสอบ

จากนิยามการตีความตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก จะได้ว่า

$$\varphi = \square_I \varphi_1 \text{ ก็ต่อเมื่อ } \forall j(\rho, \tau_j) \models \varphi_1 \wedge \tau_j \in [\pi_0 + ai(\square), \pi_0 + bi(\square)]$$

$$\varphi = \square_I \varphi_1 \text{ ก็ต่อเมื่อ } \forall k(\rho, \tau_k) \models \varphi_1 \wedge \tau_k \in [\pi_0 + ai(\square), lgt] \wedge \forall j((\rho, \tau_j) \models \varphi_1 \wedge \tau_j \in [lgt, \pi_0 + bi(\square)])$$

แทนค่า $\forall j((\rho, \tau_j) \models \varphi_1 \wedge \tau_j \in [lgt, \pi_0 + bi(\square)]) \equiv F$ จะได้ว่า

$$\varphi = \square_I \varphi_1 \text{ ก็ต่อเมื่อ } \forall k(\rho, \tau_k) \models \varphi_1 \wedge \tau_k \in [\pi_0 + ai(\square), lgt] \wedge F$$

$$\varphi = \square_I \varphi_1 \text{ ก็ต่อเมื่อ } F$$

ดังนั้น $\varphi = \square_I \varphi_1$ ก็ต่อเมื่อ F เป็นเท็จ ซึ่งขัดแย้งกับข้อสมมติฐานที่ตั้งไว้

เพราะฉะนั้น $lgtCrit(\square)$ เป็นเวลาโกลบอลที่มากที่สุดที่สามารถทวนสอบได้

จากกรณีย่อยทั้ง 3 กรณี สามารถสรุปได้ว่า $[egtCrit(\square), lgtCrit(\square)]$ เป็นเวลาโกลบอลที่สามารถทวนสอบได้

เพราะฉะนั้น $gtCrit(\square)$ เป็นช่วงเวลาโกลบอลที่สามารถทวนสอบได้

กรณีที่ 2 $\varphi = \diamond_I \varphi_1$

กำหนดให้ $I(\diamond) = [ai(\diamond), bi(\diamond)]$ เป็นเวลาสัมพันธ์กับเวลาโกลบอล π_0 ดังนั้น เวลาโกลบอลที่ใช้ในการทวนสอบ คือ $[\pi_0 + ai(\diamond), \pi_0 + bi(\diamond)]$

จากนิยามที่ 21 จะได้ว่า

$$gtCrit(\diamond) = [\max\{egt(t_k)\}, \max\{lgt(t_k)\}] = [egt, lgt]$$

การพิสูจน์กรณีที่ 2 จะแสดงว่า ถ้า egt เป็นเวลาโกลบอลที่น้อยที่สุดที่สามารถทวนสอบได้ แล้ว ระยะเวลาระหว่าง egt กับ $\pi_0 + ai(\diamond)$ ไม่ส่งผลกระทบต่อผลการทวนสอบ และ

ถ้า lgt เป็นเวลาโกลบอลที่มากที่สุดที่สามารถทวนสอบได้ แล้วระยะเวลาระหว่าง lgt กับ $\pi_0 + bi(\mathcal{U})$ ไม่ส่งผลกระทบต่อผลการทวนสอบ

การพิสูจน์ในกรณีที่ 2 แบ่งการพิสูจน์เป็น 4 กรณีย่อย ดังนี้

กรณีย่อยที่ 1 ถ้า $\pi_0 + ai(\diamond) > egt$ แล้ว $[egt, \pi_0 + ai(\diamond)]$ ไม่มีผลต่อการทวนสอบ จากนิยามการตีความตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก จะได้ว่า เวลาในการทวนสอบ คือ $[\pi_0 + ai(\diamond), \pi_0 + bi(\diamond)]$ ดังนั้น $[egt, \pi_0 + ai(\diamond)]$ เป็นเวลาที่นอกเหนือเวลาทวนสอบที่สนใจ จึงไม่มีผลต่อการทวนสอบ

เพราะฉะนั้น $egtCrit(\diamond)$ เป็นเวลาโกลบอลที่น้อยที่สุดที่สามารถทวนสอบได้

กรณีย่อยที่ 2 ถ้า $\pi_0 + ai(\diamond) < egt$ แล้ว $[\pi_0 + ai(\diamond), egt]$ ไม่มีผลต่อการทวนสอบ จากนิยามการตีความตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก จะได้ว่า

$$\varphi \models \diamond_I \varphi_1 \text{ ก็ต่อเมื่อ } \exists j((\rho, \tau_j) \models \varphi_1 \wedge \tau_j \in [\pi_0 + ai(\diamond), \pi_0 + bi(\diamond)])$$

$$\varphi \models \diamond_I \varphi_1 \text{ ก็ต่อเมื่อ } \exists k((\rho, \tau_k) \models \varphi_1 \wedge \tau_k \in [\pi_0 + ai(\diamond), lgt]) \vee \exists j((\rho, \tau_j) \models \varphi_1 \wedge \tau_j \in [lgt, \pi_0 + bi(\diamond)])$$

เนื่องจาก egt เป็นเวลาที่น้อยที่สุดที่ทราบสัจที่สนใจจึงทราบสัจได้ ดังนั้น

$$\exists k((\rho, \tau_k) \models \varphi_1 \wedge \tau_k \in [\pi_0 + ai(\diamond), lgt]) \equiv F \text{ จะได้ว่า}$$

$$\varphi \models \diamond_I \varphi_1 \text{ ก็ต่อเมื่อ } F \vee \exists j((\rho, \tau_j) \models \varphi_1 \wedge \tau_j \in [lgt, \pi_0 + bi(\diamond)])$$

$$\varphi \models \diamond_I \varphi_1 \text{ ก็ต่อเมื่อ } \exists j((\rho, \tau_j) \models \varphi_1 \wedge \tau_j \in [lgt, \pi_0 + bi(\diamond)])$$

เพราะฉะนั้น $egtCrit(\diamond)$ เป็นเวลาโกลบอลที่น้อยที่สุดที่สามารถทวนสอบได้

กรณีย่อยที่ 3 ถ้า $\pi_0 + bi(\diamond) > lgt$ แล้ว $[lgt, \pi_0 + bi(\diamond)]$ ไม่มีผลต่อการทวนสอบ จากนิยามการตีความตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก จะได้ว่า

$$\varphi \models \diamond_I \varphi_1 \text{ ก็ต่อเมื่อ } \exists j((\rho, \tau_j) \models \varphi_1 \wedge \tau_j \in [\pi_0 + ai(\diamond), \pi_0 + bi(\diamond)])$$

$$\varphi \models \diamond_I \varphi_1 \text{ ก็ต่อเมื่อ } \exists k((\rho, \tau_k) \models \varphi_1 \wedge \tau_k \in [\pi_0 + ai(\diamond), lgt]) \vee \exists j((\rho, \tau_j) \models \varphi_1 \wedge \tau_j \in [lgt, \pi_0 + bi(\diamond)])$$

เนื่องจาก lgt เป็นเวลาที่มากที่สุดที่ทราบสัจที่สนใจจึงทราบสัจได้ ดังนั้น

$$\exists j((\rho, \tau_j) \models \varphi_1 \wedge \tau_j \in [lgt, \pi_0 + bi(\diamond)]) \equiv F \text{ จะได้ว่า}$$

$$\varphi \models \diamond_I \varphi_1 \text{ ก็ต่อเมื่อ } \exists k((\rho, \tau_k) \models \varphi_1 \wedge \tau_k \in [\pi_0 + ai(\diamond), lgt]) \vee F$$

$$\varphi \models \diamond_I \varphi_1 \text{ ก็ต่อเมื่อ } \exists k((\rho, \tau_k) \models \varphi_1 \wedge \tau_k \in [\pi_0 + ai(\diamond), lgt])$$

เพราะฉะนั้น $lgtCrit(\diamond)$ เป็นเวลาโกลบอลที่มากที่สุดที่สามารถทวนสอบได้

กรณีย่อยที่ 4 ถ้า $\pi_0 + bi(\diamond) < lgt$ แล้ว $[\pi_0 + bi(\diamond), lgt]$ ไม่มีผลต่อการทวนสอบ จากนิยามการตีความตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก จะได้ว่า เวลาในการทวนสอบ คือ $[\pi_0 + ai(\diamond), \pi_0 + bi(\diamond)]$ ดังนั้น $[\pi_0 + bi(\diamond), lgt]$ เป็นเวลาที่นอกเหนือเวลาทวนสอบที่สนใจ จึงไม่มีผลกระทบต่อทวนสอบ

เพราะฉะนั้น $lgtCrit(\diamond)$ เป็นเวลาโกลบอลที่มากที่สุดที่สามารถทวนสอบได้

จากกรณีย่อยทั้ง 4 กรณี สามารถสรุปได้ว่า $[egtCrit(\diamond), lgtCrit(\diamond)]$ เป็นเวลาโกลบอลที่สามารถทวนสอบได้

เพราะฉะนั้น $gtCrit(\diamond)$ เป็นช่วงเวลาโกลบอลที่สามารถทวนสอบได้

กรณีที่ 3 $\varphi = \bigcirc_I \varphi_1$

กำหนดให้ $I(\bigcirc) = [0, bi(\bigcirc)]$ เป็นเวลาสัมผัสกับเวลาโกลบอล π_0 ดังนั้น เวลาโกลบอลที่ใช้ในการทวนสอบ คือ $[\pi_0 + 0, \pi_0 + bi(\bigcirc)] = [\pi_0, \pi_0 + bi(\bigcirc)]$ จากนิยามที่ 21 จะได้ว่า

$$gtCrit(\bigcirc) = [gt(ai(\bigcirc)), \max\{lgt(t_k)\}] = [\pi_0, lgt]$$

การพิสูจน์กรณีที่ 3 จะแสดงว่า π_0 เป็นเวลาโกลบอลที่น้อยที่สุดที่สามารถทวนสอบได้ และ ถ้า lgt เป็นเวลาโกลบอลที่มากที่สุดที่สามารถทวนสอบได้ แล้ว ระยะเวลาระหว่าง lgt กับ $\pi_0 + bi(\bigcirc)$ ไม่ส่งผลกระทบต่อผลการทวนสอบ

การพิสูจน์ในกรณีที่ 3 แบ่งการพิสูจน์เป็น 3 กรณีย่อย ดังนี้

กรณีย่อยที่ 1 π_0 เป็นเวลาโกลบอลที่น้อยที่สุดที่สามารถทวนสอบได้

จากนิยามการตีความตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก จะได้ว่า เวลาในการทวนสอบ คือ $[\pi_0, \pi_0 + bi(\bigcirc)]$ ดังนั้น π_0 เป็นเวลาโกลบอลที่น้อยที่สุดที่สามารถทวนสอบได้ตามที่กำหนดไว้ในตัวดำเนินการถัดไป

เพราะฉะนั้น $egtCrit(\bigcirc)$ เป็นเวลาโกลบอลที่น้อยที่สุดที่สามารถทวนสอบได้

กรณีย่อยที่ 2 ถ้า $\pi_0 + bi(\bigcirc) > lgt$ แล้ว $[lgt, \pi_0 + bi(\bigcirc)]$ ไม่มีผลต่อการทวนสอบ จากนิยามการตีความตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก จะได้ว่า

$$\varphi \models \bigcirc_I \varphi_1 \text{ ก็ต่อเมื่อ } (\rho, \tau_{i+1} \models \varphi_1 \wedge \tau_{i+1} \in [\pi_0, \pi_0 + bi(\bigcirc)])$$

$$\varphi \models \bigcirc_I \varphi_1 \text{ ก็ต่อเมื่อ } (\rho, \tau_{i+1} \models \varphi_1 \wedge \tau_{i+1} \in [\pi_0, lgt] \vee$$

$$(\rho, \tau_{i+1}) \models \varphi_1 \wedge \tau_{i+1} \in [lgt, \pi_0 + bi(\bigcirc)])$$

เนื่องจาก lgt เป็นเวลาที่มากที่สุดที่ทรานสิชันที่สนใจยิงทรานสิชันได้ ดังนั้น

$$(\rho, \tau_{i+1}) \models \varphi_1 \wedge \tau_{i+1} \in [lgt, \pi_0 + bi(\circ)] \equiv F \text{ จะได้ว่า}$$

$$\varphi \models \circ_I \varphi_1 \text{ ก็ต่อเมื่อ } (\rho, \tau_{i+1}) \models \varphi_1 \wedge \tau_{i+1} \in [\pi_0, lgt] \vee F$$

$$\varphi \models \circ_I \varphi_1 \text{ ก็ต่อเมื่อ } (\rho, \tau_{i+1}) \models \varphi_1 \wedge \tau_{i+1} \in [\pi_0, lgt]$$

เพราะฉะนั้น $lgtCrit(\circ)$ เป็นเวลาโกลบอลที่มากที่สุดที่สามารถทวนสอบได้

กรณีย่อยที่ 3 ถ้า $\pi_0 + bi(\circ) < lgt$ แล้ว $[\pi_0 + bi(\circ), lgt]$ ไม่มีผลต่อการทวนสอบ

จากนิยามการตีความตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก จะได้ว่า เวลาในการทวนสอบ คือ $[\pi_0, \pi_0 + bi(\circ)]$ ดังนั้น $[\pi_0 + bi(\circ), lgt]$ เป็นเวลาที่นอกเหนือเวลาทวนสอบที่สนใจ จึงไม่มีผลต่อการทวนสอบ

เพราะฉะนั้น $lgtCrit(\circ)$ เป็นเวลาโกลบอลที่มากที่สุดที่สามารถทวนสอบได้

จากกรณีย่อยทั้ง 3 กรณี สามารถสรุปได้ว่า $[egtCrit(\circ), lgtCrit(\circ)]$ เป็นเวลาโกลบอลที่สามารถทวนสอบได้

เพราะฉะนั้น $gtCrit(\circ)$ เป็นช่วงเวลาโกลบอลที่สามารถทวนสอบได้

กรณีที่ 4 $\varphi = \varphi_1 U_I \varphi_2$

กำหนดให้ $I(U) = [ai(U), bi(U)]$ เป็นเวลาสัมพันธ์กับเวลาโกลบอล π_0 ดังนั้น เวลาโกลบอลที่ใช้ในการทวนสอบ คือ $[\pi_0 + ai(U), \pi_0 + bi(U)]$

จากนิยามที่ 21 จะได้ว่า

$$gtCrit(U) = [gt(ai(U), \max\{lgt(t_k)\})] = [\pi_0 + ai(U), lgt]$$

การพิสูจน์กรณีที่ 4 จะแสดงว่า $\pi_0 + ai(U)$ เป็นเวลาโกลบอลที่น้อยที่สุดที่สามารถทวนสอบได้ และ ถ้า lgt เป็นเวลาโกลบอลที่มากที่สุดที่สามารถทวนสอบได้ แล้ว ระยะเวลาระหว่าง lgt กับ $\pi_0 + bi(U)$ ไม่ส่งผลกระทบต่อผลการทวนสอบ

การพิสูจน์ในกรณีที่ 4 แบ่งการพิสูจน์เป็น 3 กรณีย่อย ดังนี้

กรณีย่อยที่ 1 $\pi_0 + ai(U)$ เป็นเวลาโกลบอลที่น้อยที่สุดที่สามารถทวนสอบได้

จากนิยามการตีความตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก จะได้ว่า เวลาในการทวนสอบ คือ $[\pi_0 + ai(U), \pi_0 + bi(U)]$ ดังนั้น $\pi_0 + ai(U)$ เป็นเวลาโกลบอลที่น้อยที่สุดที่สามารถทวนสอบได้ตามที่กำหนดไว้ในตัวดำเนินการจนกระทั่ง

เพราะฉะนั้น $egtCrit(U)$ เป็นเวลาโกลบอลที่น้อยที่สุดที่สามารถทวนสอบได้

กรณีย่อยที่ 2 ถ้า $\pi_0 + bi(\mathcal{U}) > lgt$ แล้ว $[lgt, \pi_0 + bi(\mathcal{U})]$ ไม่มีผลต่อการทวนสอบจากนิยามการตีความตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \varphi \models \varphi_1 \mathcal{U}_I \varphi_2 \text{ ก็ต่อเมื่อ } & \forall k((\rho, \tau_k) \models \varphi_1; i \leq k \leq j) \wedge \\ & \exists j((\rho, \tau_j) \models \varphi_2 \wedge \\ & \tau_j \in [\pi_0 + ai(\mathcal{U}), \pi_0 + bi(\mathcal{U})]; j \geq i) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varphi \models \varphi_1 \mathcal{U}_I \varphi_2 \text{ ก็ต่อเมื่อ } & \forall k((\rho, \tau_k) \models \varphi_1; i \leq k \leq j) \wedge \\ & \exists j((\rho, \tau_j) \models \varphi_2 \wedge \tau_j \in [\pi_0 + ai(\mathcal{U}), lgt]; j \geq i) \vee \\ & \exists j((\rho, \tau_j) \models \varphi_2 \wedge \tau_j \in [lgt, \pi_0 + bi(\mathcal{U})]; j \geq i) \end{aligned}$$

เนื่องจาก lgt เป็นเวลาที่มากที่สุดที่ทรานสิชันในเซตของทรานสิชันขาเข้าของเพลสใน φ_2 ยิงทรานสิชันได้ ดังนั้น $\exists j((\rho, \tau_j) \models \varphi_2 \wedge \tau_j \in [lgt, \pi_0 + bi(\mathcal{U})] \equiv F$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \varphi \models \varphi_1 \mathcal{U}_I \varphi_2 \text{ ก็ต่อเมื่อ } & \forall k((\rho, \tau_k) \models \varphi_1; i \leq k \leq j) \wedge \\ & \exists j((\rho, \tau_j) \models \varphi_2 \wedge \tau_j \in [\pi_0 + ai(\mathcal{U}), lgt]; j \geq i) \vee F \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varphi \models \varphi_1 \mathcal{U}_I \varphi_2 \text{ ก็ต่อเมื่อ } & \forall k((\rho, \tau_k) \models \varphi_1; i \leq k \leq j) \wedge \\ & \exists j((\rho, \tau_j) \models \varphi_2 \wedge \tau_j \in [\pi_0 + ai(\mathcal{U}), lgt]; j \geq i) \end{aligned}$$

เพราะฉะนั้น $lgtCrit(\mathcal{U})$ เป็นเวลาโกลบอลที่มากที่สุดที่สามารถทวนสอบได้

กรณีย่อยที่ 3 ถ้า $\pi_0 + bi(\mathcal{U}) < lgt$ แล้ว $[\pi_0 + bi(\mathcal{U}), lgt]$ ไม่มีผลต่อการทวนสอบจากนิยามการตีความตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก จะได้ว่าเวลาในการทวนสอบ คือ $[\pi_0 + ai(\mathcal{U}), \pi_0 + bi(\mathcal{U})]$ ดังนั้น $[\pi_0 + bi(\mathcal{U}), lgt]$ เป็นเวลาที่นอกเหนือเวลาทวนสอบที่สนใจ จึงไม่มีผลต่อการทวนสอบ

เพราะฉะนั้น $lgtCrit(\mathcal{U})$ เป็นเวลาโกลบอลที่มากที่สุดที่สามารถทวนสอบได้

จากกรณีย่อยทั้ง 3 กรณี สามารถสรุปได้ว่า $[egtCrit(\mathcal{U}), lgtCrit(\mathcal{U})]$ เป็นเวลาโกลบอลที่สามารถทวนสอบได้

เพราะฉะนั้น $gtCrit(\mathcal{U})$ เป็นช่วงเวลาโกลบอลที่สามารถทวนสอบได้

จากกรณีพิสูจน์ทั้ง 4 กรณีสามารถสรุปได้ว่า $gtCrit(\mathcal{O})$ เป็นเวลาโกลบอลที่สามารถทวนสอบไทม์เพทรีเน็ตด้วยสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริกโดยไม่ส่งผลกระทบต่อผลการทวนสอบ

เพราะฉะนั้น ทฤษฎีบทที่ 3 เป็นจริง

การพิสูจน์ทฤษฎีบทที่ 3 ชี้ให้เห็นว่า เวลาโกลบอล $gtCrit(O)$ เป็นเวลาโกลบอลที่สามารถทวนสอบไทม์เพริเน็ตด้วยตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริกได้โดยไม่ส่งผลกระทบต่อผลการทวนสอบ ซึ่งครอบคลุมตัวดำเนินการเสมอ (\square) ตัวดำเนินการในที่สุด (\diamond) ตัวดำเนินการถัดไป (\circ) และตัวดำเนินการจนกระทั่ง (U)

ดังนั้น เกณฑ์การตัดโหนดการยิงครอบคลุมโหนดการยิงที่จำเป็นสำหรับการทวนสอบไทม์เพริเน็ตด้วยตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริกด้วยเกณฑ์การตัดทรานสิชัน นอกจากนี้เกณฑ์การตัดโหนดการยิงยังครอบคลุมเวลาที่สามารถทวนสอบได้ตามระยะเวลาที่กำหนดในตัวดำเนินการเชิงเวลาในสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริกได้โดยไม่ส่งผลกระทบต่อผลการทวนสอบด้วยเกณฑ์การตัดเวลาโกลบอลของการยิง

4.1.2 การตัดกราฟฟิงพาของการยิง

การตัดไทม์เพริเน็ตโดยใช้สูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริกเป็นเกณฑ์การตัดในงานวิจัยนี้เป็นการตัดกราฟฟิงพาของการยิงของไทม์เพริเน็ตที่สนใจด้วยเกณฑ์การตัดโหนดการยิงที่สกัดมาจากสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก เพื่อตัดโหนดการยิงที่ไม่สามารถเข้าถึงได้ด้วยเกณฑ์การตัดทรานสิชันและเกณฑ์การตัดเวลาโกลบอลของการยิง หรือโหนดการยิงที่ไม่ส่งผลกระทบต่อโหนดการยิงในเกณฑ์การตัดทรานสิชันไม่สามารถยิงทรานสิชันได้

การตัดกราฟฟิงพาของการยิงด้วยเกณฑ์การตัดโหนดการยิง เริ่มจากกำหนดโหนดการยิงผลลัพธ์ด้วยโหนดการยิงของกราฟฟิงพาของการยิงขาเข้า จากนั้นพิจารณาตัดโหนดการยิงไม่มีผลให้โหนดการยิงในเกณฑ์การตัดทรานสิชันทำงานในช่วงเวลาตามเกณฑ์การตัดเวลาโกลบอลของการยิงโดยกำหนดคุณสมบัติของโหนดการยิงที่สามารถตัดได้แสดงดังนิยามที่ 22 วนทำซ้ำจนกระทั่งทุกโหนดการยิงตามนิยามที่ 22 ไม่อยู่ในเซตของโหนดการยิงผลลัพธ์ เมื่อเสร็จสิ้นกระบวนการตัดกราฟฟิงพาของการยิงแล้ว ผลลัพธ์สุดท้ายจะได้เซตของโหนดการยิงผลลัพธ์ที่เป็นผลจากการตัดกราฟฟิงพาของการยิงด้วยเกณฑ์การตัดโหนดการยิง สามารถแสดงเซตของโหนดการยิงผลลัพธ์ได้ดังนิยามที่ 23

นิยามที่ 22 การตัดโหนดการยิง

กำหนดให้ $TPN = (P, T, B, F, m_0, st)$ เป็นไทม์เพทรีเน็ต

$FDG = (FT, E, FT_0, gt)$ เป็นกราฟฟังก์ชันของการยิงของ TPN

$ftCrit(\varphi) = (tCrit(\varphi), gtCrit(O))$ เป็นเกณฑ์การตัดโหนดการยิงของ
ตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก φ โดยที่ $tCrit(\varphi)$ เป็นเซตของทรานสิชัน
ของเกณฑ์การตัดทรานสิชัน และ $gtCrit(O)$ เป็นเวลาที่ใช้เป็นเกณฑ์
การตัดเวลาโกลบอลของการยิง

จะได้ว่า

DFT เป็นเซตของโหนดการยิงที่ไม่สามารถเข้าถึงได้ตามเกณฑ์การตัดโหนดการยิง
 $ftCrit$ โดยที่ $dft \in DFT$ ก็ต่อเมื่อ

$dft \notin CF(ft)$ เมื่อ $CF(ft)$ เป็นเซตของทรานสิชันที่ทำงานแบบขัดแย้งกับ ft
โดยที่ $ft \in FT - DFT$ และ dft เป็นสมาชิกของเซตใดเซตหนึ่งดังต่อไปนี้

1) dft เป็นโหนดการยิงที่มีลำดับการยิงโหนดการยิงจากโหนดการยิงเริ่มต้น ft_0 "
เมื่อโหนดการยิง ft ไม่สามารถเข้าถึงได้จากโหนดการยิงเริ่มต้น ft_0 " โดยที่ $ft \in tCrit$

2) dft เป็นโหนดการยิงที่มีลำดับการยิงโหนดการยิงจากโหนดการยิงที่ทำงานเป็นโหนด
สุดท้ายในเกณฑ์การตัดทรานสิชัน lft ไปยังโหนดการยิง dft โดยที่ $lft \neq dft$ และ $lft \in LFT$
เมื่อ $LFT = \{lft | lgt(lft) = \max\{lgt(ft)\}; ft \in tCrit, lft \in tCrit\}$

3) dft เป็นโหนดการยิงที่โหนดการยิง ft ไม่สามารถเข้าถึงได้จากโหนดการยิง dft
และไม่ได้ยิงทรานสิชันก่อนเวลา $gtCrit$ เสมอ โดยที่ $ft \in tCrit$

นิยามที่ 23 โหนดการยิงผลลัพธ์

กำหนดให้ $TPN = (P, T, B, F, m_0, st)$ เป็นไทม์เพทรีเน็ต

$FDG = (FT, E, FT_0, gt)$ เป็นกราฟฟังก์ชันของการยิงของ TPN

$ftCrit$ เป็นเกณฑ์การตัดโหนดการยิง

DFT เป็นเซตของโหนดการยิงใน FDG ที่ไม่สามารถเข้าถึงได้ตามเกณฑ์การตัด
โหนดการยิง $ftCrit$ โดยที่ $DFT \subseteq FT$

จะได้ว่า

ถ้า กราฟฟังก์ชันของการยิง FDG ถูกตัดด้วยเกณฑ์การตัดโหนดการยิง $ftCrit$ แล้ว

เซตของโหนดการยิงผลลัพธ์ คือ $FT' = FT - DFT$ โดยที่ $ft' \in FT'$

ตัวอย่างที่ 15 การตัดกราฟฟังก์ชันของการยิง

จากกราฟฟังก์ชันของการยิง FDG ที่แสดงในรูปที่ 4.3(ก) และเกณฑ์การตัดโหนดการยิงใน ตัวอย่างที่ 14 $ftCrit(\varphi) = (tCrit(\varphi), gtCrit(\diamond))$ โดยที่ $tCrit(\varphi) = \{t_2, t_4\}$ และ $gtCrit(\diamond) = [7,15]$

สามารถตัดกราฟฟังก์ชันของการยิงด้วย $ftCrit(\varphi)$ ได้ดังนี้

จากนิยามที่ 22 สามารถพิจารณาหา DFT ได้ดังนี้

- จากเงื่อนไขข้อที่ 1 จะพบว่า โหนดการยิงเริ่มต้น t_6 ไม่สามารถเดินทางไปยัง โหนดการยิงใน $tCrit$ ได้ และโหนดการยิง t_8 สามารถเข้าถึงได้จากโหนดการยิงเริ่มต้น t_6 ดังนั้น $DFT_1 = \{t_6, t_8\}$

- จากเงื่อนไขข้อที่ 2 จะพบว่า โหนดการยิงที่ทำงานสุดท้ายใน $tCrit$ คือ t_4 และ โหนดการยิง t_7, t_8 สามารถเข้าถึงได้จากโหนดการยิง t_4 ดังนั้น $DFT_2 = \{t_7, t_8\}$

- จากเงื่อนไขข้อที่ 3 จะพบว่า โหนดการยิงที่ไม่สามารถเดินทางไปยังทรานสิชันใน $tCrit(\varphi)$ ได้ คือ $\{t_3, t_5\}$

จาก $gt(t_2) = [4,10]$, $gt(t_3) = [5,11]$, $gt(t_4) = [7,15]$, $gt(t_5) = [7,15]$ และจากบทแทรกที่ 1 พบว่า $gt(t_3) > gt(t_4) > gt(t_2)$ และ $gt(t_5) > gt(t_4) > gt(t_2)$ แสดงว่า ทรานสิชัน t_3, t_5 ไม่ได้ทำงานก่อนทรานสิชันใน $tCrit(\varphi)$ เสมอ

ดังนั้น $DFT_3 = \{t_3, t_5\}$

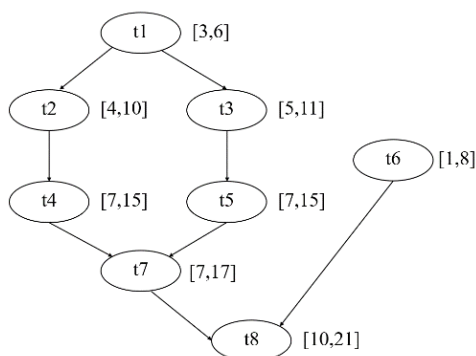
ดังนั้น $DFT = DFT_1 \cup DFT_2 \cup DFT_3 = \{t_3, t_5, t_6, t_7, t_8\}$

จากนิยามที่ 23 สามารถหาโหนดการยิงผลลัพธ์ ได้ดังนี้

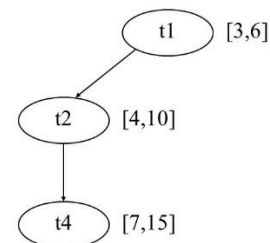
$$FT' = FT - DFT$$

$$FT' = \{t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6, t_7, t_8\} - \{t_3, t_5, t_6, t_7, t_8\} = \{t_1, t_2, t_4\}$$

สามารถวาดกราฟฟังก์ชันของการยิงผลลัพธ์ FDG' ได้ดังแสดงในรูปที่ 4.3(ข)



(ก) กราฟฟังก์ชันของการยิง FDG



(ข) กราฟฟังก์ชันของการยิงผลลัพธ์ FDG'

รูปที่ 4.3 ตัวอย่างผลการตัดกราฟฟังก์ชันของการยิง

จากนิยามที่ 23 จะพบว่า โหนดการยิงผลลัพธ์ที่ได้จากการตัดกราฟฟิงพาของการยิงด้วยเกณฑ์การตัดโหนดการยิงนั้นครอบคลุมโหนดการยิงที่ส่งผลให้โหนดการยิงในเกณฑ์การตัดสามารถทำงานภายในเวลาโกลบอลที่มากที่สุดที่สามารถทวนสอบไหม้เพทรีเน็ตด้วยสูตรรยะเชิงเวลาแบบเมตริก กล่าวคือ ทรานสิชันในโหนดการยิงผลลัพธ์สามารถเข้าถึงได้เมื่อทวนสอบไหม้เพทรีเน็ตด้วยสูตรรยะเชิงเวลาแบบเมตริก

4.1.3 การแปลงกราฟฟิงพาของการยิงเป็นไหม้เพทรีเน็ตผลลัพธ์

การแปลงกราฟฟิงพาของการยิงเป็นไหม้เพทรีเน็ตในงานวิจัยนี้ เป็นการสร้างไหม้เพทรีเน็ตผลลัพธ์ด้วยเซตของโหนดการยิงผลลัพธ์ โดยเริ่มจากกำหนดเซตของทรานสิชันด้วยเซตของโหนดการยิงผลลัพธ์ จากนั้นกำหนดเซตของเพลส เซตของฟิงก์ชันขาเข้า เซตของฟิงก์ชันขาออก มาร์คกิงเริ่มต้น และฟิงก์ชันช่วงเวลาติเลย์ที่สามารถยิงทรานสิชันตามนิยาม restriction ของฟิงก์ชันสามารถแสดงโครงสร้างของไหม้เพทรีเน็ตผลลัพธ์ได้ดังนิยามที่ 24

นิยามที่ 24 การสร้างไหม้เพทรีเน็ตจากโหนดการยิงผลลัพธ์

กำหนดให้ $TPN = (P, T, B, F, m_0, st)$ เป็นไหม้เพทรีเน็ต

$FDG = (FT, E, FT_0, gt)$ เป็นกราฟฟิงพาของการยิงของ TPN

$ftCrit$ เป็นเกณฑ์การตัดโหนดการยิงของสูตรรยะเชิงเวลาแบบเมตริก φ

$pCrit$ เป็นเซตของเพลสในประพจน์ในสูตรรยะเชิงเวลาแบบเมตริก φ

FT' เป็นเซตของโหนดการยิงผลลัพธ์ที่ได้จากการตัด FDG ด้วย $ftCrit$

จะได้ว่า

ถ้า สร้างไหม้เพทรีเน็ตจากโหนดการยิงผลลัพธ์ FT' แล้ว ไหม้เพทรีเน็ตผลลัพธ์ คือ $TPN' = (P', T', B', F', m_0', st')$ โดยที่

$$T' = FT'$$

$$P' = \{p' \mid p' = \bullet t \cup pCrit; t \in T \cap T'\}$$

$$B' = \{b'(p', t') \mid b'(p', t') = b(p, t); p \in P \cap P', t \in T \cap T'\}$$

$$F' = \{f'(t', p') \mid f'(t', p') = f(t, p); p \in P \cap P', t \in T \cap T'\}$$

$$m_0' = \{m'(p') \mid m'(p') = m(p); p \in P \cap P'\}$$

$$st' = \{st'(t') \mid st'(t') = st(t); t \in T \cap T'\}$$

ตัวอย่างที่ 16 การสร้างไทม์เพทรีเน็ตจากโหนดการยิงผลลัพธ์

จากไทม์เพทรีเน็ตที่แสดงในรูปที่ 4.4(ก) ประกอบด้วย เพลส ทรานสิชัน ฟังก์ชันค่าถ่วงน้ำหนักของเส้นเชื่อมระหว่างเพลสกับทรานสิชัน มาร์คกิงเริ่มต้น ช่วงเวลาดีเลย์แต่ละทรานสิชันสามารถยิงทรานสิชันได้ มีรายละเอียดดังนี้

- เซตของเพลส $P = \{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8, p_9, p_{10}, p_{11}\}$
- เซตของทรานสิชัน $T = \{t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6, t_7, t_8\}$
- ค่าถ่วงน้ำหนักของเส้นเชื่อมขาเข้าจากเพลสไปทรานสิชัน $B(x) = 1; x \in \{(p_1, t_1), (p_2, t_2), (p_3, t_3), (p_4, t_4), (p_5, t_5), (p_6, t_6), (p_7, t_7), (p_8, t_7), (p_9, t_8), (p_{10}, t_8)\}$
- ค่าถ่วงน้ำหนักของเส้นเชื่อมขาออกจากทรานสิชันไปเพลส $F(x) = 1;$
 $x \in \{(t_1, p_2), (t_1, p_3), (t_2, p_4), (t_2, p_4), (t_3, p_5), (t_4, p_7), (t_5, p_8), (t_6, p_9), (t_7, p_{10}), (t_8, p_{11})\}$
- มาร์คกิงเริ่มต้น $m_0 = (1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0)^T$
- เวลาดีเลย์ที่สามารถยิงทรานสิชันได้ที่กำลังในแต่ละทรานสิชัน
 $st(t_1) = [3,6], st(t_2) = [1,4], st(t_3) = [2,5], st(t_4) = [3,5],$
 $st(t_5) = [2,4], st(t_6) = [1,5], st(t_7) = [0,2], st(t_8) = [2,4]$

จากตัวอย่างที่ 15 จะได้ว่า กราฟฟังก์ชันการยิง FDG' ที่ได้จากการตัดกราฟฟังก์ชันการยิงด้วยเกณฑ์การตัดโหนดการยิงที่สกัดมาจากสูตรตรรกะเชิงเวลา $p_2 \rightarrow \diamond_{[3,5]} p_7$ โดยที่โหนดการยิงผลลัพธ์ $FT' = \{t_1, t_2, t_4\}$ สามารถแสดงกราฟฟังก์ชันการยิง FDG' ดังรูปที่ 4.4(ข)

สามารถแปลงกราฟฟังก์ชันการยิง FDG' เป็นไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์ $TPN' = (P', T', B', F', m_0', st')$ โดยที่

$$T' = FT' = \{t_1, t_2, t_4\}$$

$$P' = \{p_1, p_2, p_4, p_7\}$$

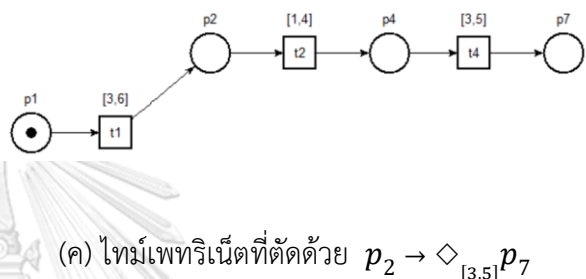
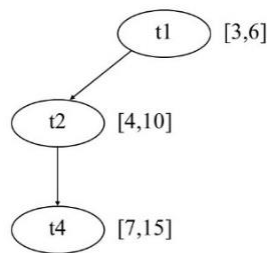
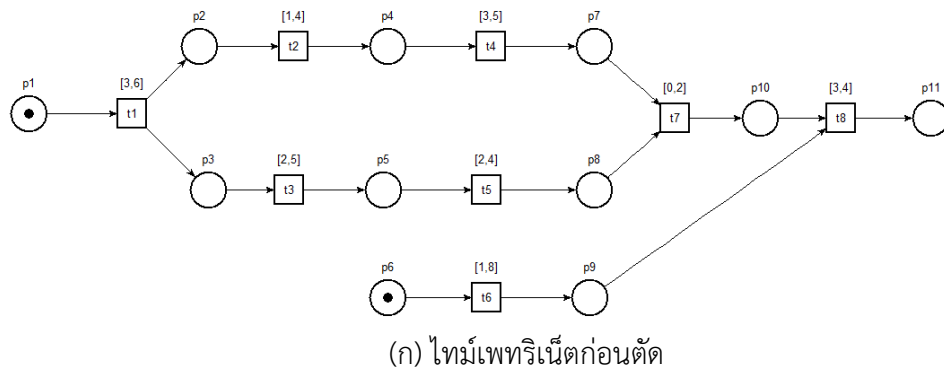
$$B' = \{(p_1, t_1) = 1, (p_2, t_2) = 1, (p_4, t_4) = 1\}$$

$$F' = \{(t_1, p_2) = 1, (t_2, p_4) = 1, (t_4, p_7) = 1\}$$

$$m_0' = (1\ 0\ 0\ 0)^T$$

$$st' = st(t_1) = [3,6], st(t_2) = [1,4], st(t_4) = [3,5]\}$$

จากโครงสร้างไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์สามารถวาดไทม์เพทรีเน็ต TPN' ได้ดังแสดงในรูปที่ 4.4(ค)



รูปที่ 4.4 ตัวอย่างไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์ที่ได้จากการตัดไทม์เพทรีเน็ตด้วย $p_2 \rightarrow \diamond_{[3,5]} p_7$

จากทฤษฎีบทที่ 1 และทฤษฎีบทที่ 2 ซึ่งให้เห็นว่ากราฟฟังก์ชันของการยิงสามารถแสดงพฤติกรรมการทำงานของไทม์เพทรีเน็ตได้ สำหรับทฤษฎีบทที่ 3 ซึ่งให้เห็นว่า เกณฑ์การตัดโหนดการยิงที่สกัดมาจากสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริกสามารถแสดงโหนดการยิงและเวลาที่จำเป็นสำหรับการทวนสอบไทม์เพทรีเน็ตด้วยสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก

ดังนั้น ไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์ที่สร้างจากเซตของโหนดการยิงผลลัพธ์ที่ได้จากตัดกราฟฟังก์ชันของการยิงด้วยเกณฑ์การตัดโหนดการยิงนั้นเป็นไทม์เพทรีเน็ตที่ถูกตัดโดยใช้สูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริกเป็นเกณฑ์การตัด ประกอบด้วย เพลสและทรานสิชันที่สามารถเข้าถึงได้สำหรับการทวนสอบไทม์เพทรีเน็ตด้วยสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริกที่กำหนด ดังแสดงในทฤษฎีบทที่ 4

ทฤษฎีบทที่ 4 ไทม์เพทรีเน็ตที่ถูกตัด

กำหนดให้ $TPN = (P, T, B, F, m_0, st)$ เป็นไทม์เพทรีเน็ต

$FDG = (FT, E, FT_0, gt)$ เป็นกราฟฟังก์ชันของการยิงของ TPN

$ftCrit$ เป็นเกณฑ์การตัดโหนดการยิงของสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก φ

FT' เป็นเซตของโหนดการยิงผลลัพธ์ที่ได้จากการตัดกราฟฟังก์ชันของการยิง FDG ด้วยเกณฑ์การตัดโหนดการยิง $ftCrit$

จะได้ว่า

ถ้า $TPN' = (P', T', B', F', m_0', st')$ เป็นไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์ที่สร้างจากโหนดการยิงผลลัพธ์ FT' แล้ว ไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์ TPN' เป็นผลลัพธ์ที่ได้จากการตัดไทม์เพทรีเน็ต TPN ด้วยสูตรตรรกะเวลาแบบเมตริก φ

พิสูจน์ทฤษฎีบทที่ 4

กำหนดให้ DFT เป็นเซตของโหนดการยิงในกราฟฟังก์ชันของการยิง FDG ที่ไม่สามารถเข้าถึงได้ตามเกณฑ์การตัดโหนดการยิง $ftCrit$ โดยที่ $dft \in DFT$

การพิสูจน์นี้จะแสดงว่าไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์ TPN' มีคุณสมบัติตามนิยามที่ 20 ครบทุกข้อ โดยแบ่งการพิสูจน์เป็น 3 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 ไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์ TPN' มีคุณสมบัติข้อที่ 1

การพิสูจน์กรณีที่ 1 นี้จะแสดงว่า $TPN' \subseteq TPN$

จากนิยามที่ 23 จะได้ว่า โหนดการยิงผลลัพธ์ $FT' = FT - DFT$ โดยที่ $DFT \subseteq FT$ ดังนั้น $FT' \subseteq FT$

จากนิยามที่ 24 เนื่องจาก $FT' \subseteq FT$ และ $T' = FT'$ ส่งผลให้ $T' \subseteq T, P' \subseteq P, B' \subseteq B, F' \subseteq F, m_0' \subseteq m_0$ และ $st' \subseteq st$ ดังนั้น $|TPN'| < |TPN|$

ดังนั้น $TPN' \subseteq TPN$

เพราะฉะนั้น ไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์ TPN' มีคุณสมบัติข้อที่ 1

กรณีที่ 2 ไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์ TPN' มีคุณสมบัติข้อที่ 2

กำหนดให้ σ เป็นลำดับการยิงทรานสิชันในไทม์เพทรีเน็ต TPN

σ' เป็นลำดับการยิงทรานสิชันในไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์ TPN'

การพิสูจน์กรณีที่ 2 นี้แบ่งการพิสูจน์เป็น 2 กรณีย่อย ดังนี้

กรณีย่อยที่ 1

การพิสูจน์กรณีย่อยที่ 1 นี้จะแสดงว่า ทรานสิชันในลำดับการยิงทรานสิชัน σ' เป็นเซตย่อยของทรานสิชันในลำดับการยิงทรานสิชัน σ

เนื่องจาก ทรานสิชันในลำดับการยิงทรานสิชัน σ' เป็นสมาชิกของเซตของโหนดการยิงผลลัพธ์ $FT' = FT - DFT$

ดังนั้น $FT' \subseteq FT$ และ $|FT'| \leq |FT|$

เพราะฉะนั้น ทรานสิชันในลำดับการยิงทรานสิชัน σ' เป็นเซตย่อยของทรานสิชันในลำดับการยิงทรานสิชัน σ

กรณีย่อยที่ 2

การพิสูจน์กรณีย่อยที่ 2 นี้จะแสดงว่า ลำดับการยิงทรานสิชัน σ' เป็นลำดับย่อยของลำดับการยิงทรานสิชัน σ

จากนิยามที่ 24 จะได้ว่า โครงสร้างของไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์ไม่ได้มีการเปลี่ยนแปลงคุณสมบัติในส่วนของฟังก์ชันขาเข้า ฟังก์ชันขาออก และฟังก์ชันช่วงเวลาตีเลยที่สามารถยิงทรานสิชัน ดังนั้น $T' \subseteq T, P' \subseteq P, B' \subseteq B, F' \subseteq F, m'_0 \subseteq m_0$ และ $st' \subseteq st$

จากนิยามที่ 4 และนิยามที่ 6 จะได้ว่า เวลาที่ทรานสิชันพร้อมทำงานและเวลาที่ทรานสิชันสามารถยิงทรานสิชันได้ของแต่ละทรานสิชันในไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์เป็นเวลาเดียวกันกับทรานสิชันในไทม์เพทรีเน็ตก่อนตัด

จากนิยามที่ 8 จะได้ว่า ลำดับการยิงทรานสิชันจากมาร์คกิงเริ่มต้นจนถึงทรานสิชันจะเหมือนเดิม

เพราะฉะนั้น ลำดับการยิงทรานสิชัน σ' เป็นลำดับย่อยของลำดับการยิงทรานสิชัน σ

จากกรณีย่อยทั้ง 2 กรณี สามารถสรุปได้ว่า ไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์ TPN' มีคุณสมบัติข้อที่ 2 เพราะฉะนั้น ไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์ TPN' มีคุณสมบัติข้อที่ 2

กรณีที่ 3 ไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์ TPN' มีคุณสมบัติข้อที่ 3

การพิสูจน์กรณีที่ 3 นี้แบ่งการพิสูจน์เป็น 2 กรณีย่อย ดังนี้

กรณีย่อยที่ 1

การพิสูจน์กรณีย่อยที่ 1 นี้จะแสดงว่า เพลสและทรานสิชันที่ไม่สามารถทำให้เพลสในเซตของประพจน์เดี่ยวในสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริกทำงานได้จะไม่อยู่ในไทม์เพทรีเน็ต TPN'

จากนิยามที่ 21 จะได้ว่า เกณฑ์การตัดโหนดการยิงครอบคลุมในส่วนประพจน์เดี่ยวในสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริกด้วยเกณฑ์การตัดทรานสิชัน

จากนิยามที่ 22 จะได้ว่า โหนดการยิงที่ไม่สามารถเข้าถึงได้จากมาร์คกิงเริ่มต้นด้วยทรานสิชันในเกณฑ์การตัดทรานสิชัน และโหนดการยิงที่ส่งผลให้ทรานสิชันในเกณฑ์การตัดทรานสิชันไม่สามารถยิงทรานสิชันได้จะเป็นสมาชิกของ DFT ตามคุณสมบัติข้อ 1 และข้อ 2

จากนิยามที่ 23 จะได้ว่า โหนดการยิงผลลัพธ์ $FT' = FT - DFT$

จากนิยามที่ 24 จะได้ว่า ทรานสิชันที่เป็นสมาชิกของ DFT จะไม่อยู่ในไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์ TPN' ส่งผลให้เพลสที่เกี่ยวข้องกับทรานสิชันที่เป็นสมาชิกของ DFT ไม่อยู่ในไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์ TPN' ด้วย

เพราะฉะนั้น เพลสและทรานสิชันที่ไม่สามารถทำให้เพลสในเซตของประพจน์เดี่ยวในสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริกทำงานได้จะไม่อยู่ในไทม์เพทรีเน็ต TPN'

กรณีย่อยที่ 2

การพิสูจน์กรณีย่อยที่ 2 นี้จะแสดงว่า เฟลสและทรานสิชันที่ไม่สามารถทำงานได้ในเวลาในตัวดำเนินการเชิงเวลาในสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริกจะไม่มีอยู่ในไทม์เพทรีเน็ต TPN'

จากนิยามที่ 21 จะได้ว่า เกณฑ์การตัดโหนดการยิงครอบคลุมในส่วนตัวดำเนินการเชิงเวลาในสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริกด้วยเกณฑ์การตัดเวลาโกลบอลของการยิง ซึ่งเป็น

จากทฤษฎีบทที่ 3 จะได้ว่า เกณฑ์การตัดเวลาโกลบอลเป็นเวลาโกลบอลที่สามารถทวนสอบไทม์เพทรีเน็ตด้วยตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริกได้โดยไม่ส่งผลกระทบต่อผลการทวนสอบ

จากนิยามที่ 22 จะได้ว่า โหนดการยิงที่ไม่ได้ยิงทรานสิชันก่อนเวลาในเกณฑ์การตัดเวลาโกลบอลการยิงเสมอจะเป็นสมาชิก DFT ตามคุณสมบัติข้อ 3

จากนิยามที่ 23 จะได้ว่า โหนดการยิงผลลัพธ์ $FT' = FT - DFT$

จากนิยามที่ 24 จะได้ว่า ทรานสิชันที่เป็นสมาชิกของ DFT จะไม่มีอยู่ในไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์ TPN' ส่งผลให้เฟลสที่เกี่ยวข้องกับทรานสิชันที่เป็นสมาชิกของ DFT ไม่มีอยู่ในไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์ TPN' ด้วย

เพราะฉะนั้น เฟลสและทรานสิชันที่ไม่สามารถทำงานได้ในเวลาในตัวดำเนินการเชิงเวลาในสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริกจะไม่มีอยู่ในไทม์เพทรีเน็ต TPN'

จากกรณีย่อยทั้ง 2 กรณี สามารถสรุปได้ว่า ไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์ TPN' มีคุณสมบัติข้อที่ 3 เพราะฉะนั้น ไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์ TPN' มีคุณสมบัติข้อที่ 3

จากกรณีพิสูจน์ทั้ง 3 กรณี สามารถสรุปได้ว่า ไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์ TPN' มีคุณสมบัติตามนิยามที่ 20 ครบทุกข้อ

เพราะฉะนั้น ทฤษฎีบทที่ 4 เป็นจริง

4.2 อัลกอริทึมการตัดไทม์เพทรีเน็ตโดยใช้คุณสมบัติตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก

จากขั้นตอนการตัดไทม์เพทรีเน็ตโดยใช้คุณสมบัติตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริกที่นำเสนอในหัวข้อที่ 4.1 สามารถตัดไทม์เพทรีเน็ต $TPN = (P, T, B, F, m_0, st)$ โดยใช้สูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก MTL เป็นเกณฑ์การตัด เริ่มจาก 1) สร้างกราฟพึ่งพาของการยิงของไทม์เพทรีเน็ต จากนั้น 2) หาเกณฑ์การตัดโหนดการยิงจากสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก แล้ว 3) ตัดกราฟพึ่งพาของการยิงโดยพิจารณาตัดโหนดการยิงที่ไม่สามารถเข้าถึงได้ตามเกณฑ์การตัดโหนดการยิงเมื่อสิ้นสุดกระบวนการตัดกราฟพึ่งพาของการยิงตามเกณฑ์การตัดโหนดการยิงจะได้โหนดการยิงผลลัพธ์ และ 4) สร้างไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์จากเซตของโหนดการยิงผลลัพธ์ โดยผลลัพธ์สุดท้ายที่ได้จากการตัดไทม์เพทรีเน็ตโดยใช้สูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก จะได้ไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์ที่ถูกตัด

แล้วตามเกณฑ์การตัด สามารถแสดงขั้นตอนวิธีการตัดไทม์เพทรีเน็ตโดยใช้สูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริกเป็นเกณฑ์การตัด ดังอัลกอริทึมที่ 2

อัลกอริทึม 2 การตัดไทม์เพทรีเน็ตโดยใช้คุณสมบัติตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก

input $TPN = (P, T, B, F, m_0, st)$ is a Time Petri net
 MTL is a matrix temporal logic formula

output $TPN' = (P', T', B', F', m_0', st')$ is a sliced TPN

- 1 construct the firing dependency graph $FDG = (FT, E, gt, ft_0)$
- 2 initialize the place criterion $pCrit$ = set of propositions of MTL
- 3 initialize the firing node criterion set $tCrit = \bullet pCrit$;
- 4 calculate $gtCrit$, the maximum global firing time of global firing time criterion
- 5 initialize the set of firing nodes $FT' = FT$;
- 6 initialize the set of the reachable initial firing nodes $rft'_0 = \{\}$;
- 7 for each $t \in ft_0$ do
 - 8 if $tCrit$ is *reachable from* t then
 - 9 $rft'_0 = rft'_0 \cup \{t\}$;
 - 10 end
- 11 end
- 12 $FT' = FT' - (ft_0 - rft'_0)$;
- 13 initialize the set of last firing node criterion $lftCrit$
- 14 initialize the set of nodes $queT = (ft_0 - rft'_0) \cup lftCrit$;
- 15 for each $ft \in queT$ do
 - 16 while ft has *successor nodes* then
 - 17 $FT' = FT' - successor(ft)$;
 - 18 $queT = queT \cup successor(ft)$;
 - 19 end
 - 20 $queT = queT - \{ft\}$;
 - 21 end

```

22   for each  $ft' \in FT'$  do
23       if  $t_{Crit}$  is unreachable from  $ft'$  and
            $gt(ft') > gt_{Crit}$  then
24            $FT' = FT' - \{ft'\}$ 
25       else if  $ft'$  is conflict transition then
26            $FT' = FT' \cup CF(ft')$ 
27       end
28   end
29    $T' = FT'$ ;
30    $P' = \{p' \mid p' = \bullet t \cup p_{Crit}; t \in T \cap T'\}$ 
31    $B' = \{b'(p', t) \mid b'(p', t) = b(p, t); p \in P \cap P', t \in T \cap T'\}$ 
32    $F' = \{f'(t', p) \mid f'(t', p) = f(t, p); p \in P \cap P', t \in T \cap T'\}$ 
33    $m'_0 = \{m'(p') \mid m'(p') = m(p); p \in P \cap P'\}$ 
34    $st' = \{st'(t) \mid st'(t) = st(t); t \in T \cap T'\}$ 
35   return  $TPN' = (P', T', B', F', m'_0, ST')$ 

```

จากอัลกอริทึมที่ 2 มีขั้นตอนวิธีการตัดไหมเพทรีเน็ตโดยใช้สูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก เป็นเกณฑ์ในการตัด ดังนี้

บรรทัดที่ 1 สร้างกราฟฟังก์ชันของการยิงของไหมเพทรีเน็ตด้วยอัลกอริทึมที่ 1

บรรทัดที่ 2 ถึง 4 สกัดหาเกณฑ์การตัดโหนดการยิงจากสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก โดยเริ่มจากบรรทัดที่ 2 ถึง 3 หาเกณฑ์การตัดทรานสิชันจากเซตของทรานสิชันขาเข้าของเพลสที่เป็น ประพจน์ในสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก และบรรทัดที่ 4 หาเกณฑ์การตัดเวลาโกลบอลของการยิง จากเวลาโกลบอลที่มากที่สุดที่ทรานสิชันในเกณฑ์การตัดทรานสิชันสามารถยิงทรานสิชันได้ กับ เวลาที่มากที่สุดในตัวดำเนินการเวลาในสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก

บรรทัดที่ 5 ถึง 29 ตัดกราฟฟังก์ชันของการยิงตามเกณฑ์การตัดโหนดการยิง รายละเอียด ดังนี้

บรรทัดที่ 5 สร้างเซตของโหนดการยิงผลลัพธ์ในกราฟฟังก์ชันของการยิงผลลัพธ์ โดยเซตของโหนดการยิงในกราฟฟังก์ชันของการยิงผลลัพธ์ FDG' จะเท่ากับเซตของโหนดการยิงใน กราฟฟังก์ชันของการยิง FDG

บรรทัดที่ 6 ถึง 12 ตัดโหนดการยิงเริ่มต้นที่โหนดการยิงในเกณฑ์การตัดทรานสิชัน ไม่สามารถเข้าถึงได้จากโหนดการยิงเริ่มต้นนั้น ๆ หรืออาจกล่าวได้ว่า ไม่มีลำดับการยิงทรานสิชันจาก โหนดการยิงเริ่มต้นนั้น ๆ ไปยังโหนดการยิงในเกณฑ์การตัดทรานสิชันได้

บรรทัดที่ 13 ถึง 21 ตัดโหนดการยิงที่ไม่สามารถเข้าถึงได้จากโหนดการยิงเริ่มต้นที่เพิ่งตัดไป และตัดโหนดการยิงที่มีลำดับการยิงทรานสิชันจากโหนดการยิงในเกณฑ์การตัดทรานสิชันที่จะยิงทรานสิชันเป็นตัวสุดท้ายไปยังโหนดการยิงนั้น ๆ โดยเริ่มจากนำเซตของโหนดการยิงเริ่มต้นที่ไม่มีลำดับการยิงไปยังโหนดการยิงในเกณฑ์การตัดทรานสิชัน และโหนดการยิงในเกณฑ์การตัดทรานสิชันที่จะยิงทรานสิชันเป็นตัวสุดท้ายเข้าสู่ลำดับคิว จากนั้นหาโหนดถัดไปของโหนดการยิงในลำดับคิว แล้วตัดโหนดการยิงนั้น ๆ ออกจากเซตของโหนดการยิงผลลัพธ์ วนทำซ้ำจนลำดับคิวว่าง

บรรทัดที่ 22 ถึง 28 วนดำเนินการตามเงื่อนไขทุกตัวที่อยู่ในเซตของโหนดการยิงผลลัพธ์ โดยบรรทัดที่ 23 ถึง 24 ตัดโหนดการยิงที่สามารถยิงทรานสิชันหลังเวลาในเกณฑ์การตัดเวลาไกลบอล และเป็นโหนดการยิงที่ไม่มีลำดับการยิงทรานสิชันจากโหนดการยิงนั้น ๆ ไปยังโหนดการยิงในเกณฑ์การตัดทรานสิชันได้ และบรรทัดที่ 25 ถึง 27 เพิ่มโหนดการยิงทุกตัวที่เป็นสมาชิกของทรานสิชันที่ทำงานแบบขัดแย้งในโหนดการยิงผลลัพธ์

บรรทัดที่ 29 ถึง 34 สร้างใหม่เพทรีเน็ตผลลัพธ์จากเซตของโหนดการยิงผลลัพธ์รายละเอียดดังนี้

บรรทัดที่ 29 สร้างเซตของทรานสิชัน โดยเซตของทรานสิชันในใหม่เพทรีเน็ตผลลัพธ์เท่ากับเซตของโหนดการยิงในกราฟฟังก์ชันของการยิงผลลัพธ์

บรรทัดที่ 30 สร้างเซตของเพลส โดยเซตของเพลสในใหม่เพทรีเน็ตผลลัพธ์เท่ากับเซตของประพจน์ในสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริกยูเนียนกับเซตของเพลสขาเข้าของทรานสิชันใด ๆ ในใหม่เพทรีเน็ต *TPN* เมื่อทรานสิชันเป็นสมาชิกของทั้งเซตของทรานสิชันในใหม่เพทรีเน็ต *TPN* และใหม่เพทรีเน็ตผลลัพธ์ *TPN'*

บรรทัดที่ 31 สร้างฟังก์ชันขาเข้า โดยฟังก์ชันขาเข้าในใหม่เพทรีเน็ตผลลัพธ์เท่ากับฟังก์ชันขาเข้าในใหม่เพทรีเน็ต *TPN* เมื่อเพลสและทรานสิชันนั้น ๆ เป็นสมาชิกทั้งในใหม่เพทรีเน็ต *TPN* และใหม่เพทรีเน็ตผลลัพธ์ *TPN'*

บรรทัดที่ 32 สร้างฟังก์ชันขาออก โดยฟังก์ชันขาออกในใหม่เพทรีเน็ตผลลัพธ์เท่ากับฟังก์ชันขาออกในใหม่เพทรีเน็ต *TPN* เมื่อเพลสและทรานสิชันนั้น ๆ เป็นสมาชิกทั้งในใหม่เพทรีเน็ต *TPN* และใหม่เพทรีเน็ตผลลัพธ์ *TPN'*

บรรทัดที่ 33 สร้างมาร์คกิงเริ่มต้น โดยมาร์คกิงเริ่มต้นในใหม่เพทรีเน็ตผลลัพธ์เท่ากับมาร์คกิงเริ่มต้นในใหม่เพทรีเน็ต *TPN* เมื่อเพลสเป็นสมาชิกของทั้งเซตของเพลสในใหม่เพทรีเน็ต *TPN* และใหม่เพทรีเน็ตผลลัพธ์ *TPN'*

บรรทัดที่ 34 สร้างฟังก์ชันช่วงเวลาดีเลย์ที่สามารถยิงทรานสิชันได้ โดยช่วงเวลาดีเลย์ที่สามารถยิงทรานสิชันได้ในใหม่เพทรีเน็ตผลลัพธ์เท่ากับช่วงเวลาดีเลย์ที่สามารถยิงทรานสิชันได้

ในไทม์เพทรีเน็ต TPN เมื่อทรานสิชันเป็นสมาชิกของทั้งเซตของทรานสิชันในไทม์เพทรีเน็ต TPN และไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์ TPN'

บรรทัดที่ 35 เป็นผลลัพธ์สุดท้าย คือ ไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์ TPN' ซึ่งเป็นไทม์เพทรีเน็ตที่ตัดแล้วโดยใช้สูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริกเป็นเกณฑ์การตัด

เมื่อพิจารณาอัตราการเติบโตเชิงเวลาของอัลกอริทึมที่ 2 พบว่า บรรทัดที่ 1 เป็นการสร้างกราฟฟังก์ชันของการยิงซึ่งมีอัตราการเติบโตเชิงเวลาเท่ากับ $O(|T|^2|P|)$ โดยที่ $|T|$ คือ จำนวนสมาชิกของเซตของทรานสิชันในไทม์เพทรีเน็ต และ $|P|$ คือ จำนวนสมาชิกของเซตของเพลสในไทม์เพทรีเน็ต

บรรทัดที่ 7 ถึง 28 เป็นการตัดกราฟฟังก์ชันของการยิง ในงานวิจัยนี้ใช้อัลกอริทึมการค้นหาตามแนวกว้างสำหรับการท่องไปในกราฟฟังก์ชันของการยิง ซึ่งใช้เวลาในการทำงานเท่ากับ $O(|FT| + |E|)$ โดยที่ $|FT|$ คือ จำนวนสมาชิกของเซตของโหนดการยิงในกราฟฟังก์ชันของการยิง และ $|E|$ คือ จำนวนสมาชิกของเซตของเส้นเชื่อมในกราฟฟังก์ชันของการยิง แต่เนื่องจาก $|FT| = |T|$ และ $|E| = |F|$ โดยที่ $|F|$ คือ จำนวนสมาชิกของฟังก์ชันขาออกในไทม์เพทรีเน็ต ดังนั้น อัตราการเติบโตเชิงเวลาของการตัดกราฟฟังก์ชันของการยิงเท่ากับ $O(|T| + |F|)$ โดยที่ $|T|$ คือ จำนวนสมาชิกของเซตของทรานสิชันในไทม์เพทรีเน็ต และ $|F|$ คือ จำนวนสมาชิกของฟังก์ชันขาออกในไทม์เพทรีเน็ต

ดังนั้น อัลกอริทึมที่ 2 มีอัตราการเติบโตเชิงเวลาเท่ากับ $O(|T|^2|P| + |T| + |F|) = O(|T|^2|P| + |F|)$ โดยที่ $|T|$ คือ ขนาดของเซตของทรานสิชันในไทม์เพทรีเน็ต $|P|$ คือ ขนาดของเซตของเพลสในไทม์เพทรีเน็ต และ $|F|$ คือ จำนวนสมาชิกของฟังก์ชันขาออกในไทม์เพทรีเน็ต

4.3 ตัวอย่างการตัดไทม์เพทรีเน็ตโดยใช้คุณสมบัติตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก

ส่วนนี้นำเสนอตัวอย่างการตัดไทม์เพทรีเน็ตโดยใช้คุณสมบัติตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก โดยระบบตัวอย่างที่นำเสนอเป็นระบบสั่งการและควบคุมป้องกันภัยทางอากาศ ซึ่งเป็นตัวอย่างระบบใน [33] โดยนำเสนอไทม์เพทรีเน็ตของระบบสั่งการและควบคุมป้องกันภัยทางอากาศในหัวข้อที่

- 4.3.1 สำหรับสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริกที่เขียนแทนระบบที่ต้องการทวนสอบจะนำเสนอในหัวข้อที่ 4.3.2
- 4.3.2 จากนั้นตัดไทม์เพทรีเน็ตของระบบสั่งการและควบคุมป้องกันภัยทางอากาศด้วยสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริกตามวิธีการตัดไทม์เพทรีเน็ตที่ได้นำเสนอในหัวข้อที่ 4.1 และแสดงไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์ที่ได้จากการตัดไทม์เพทรีเน็ตด้วยสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริกในหัวข้อที่ 4.3.3
- 4.3.3 สุดท้ายเปรียบเทียบโครงสร้างและพฤติกรรมของไทม์เพทรีเน็ตก่อนตัดกับไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์ในหัวข้อที่ 4.3.4

4.3.1 ไทม์เพริเน็ตของระบบสั่งการและควบคุมป้องกันภัยทางอากาศ

ระบบสั่งการและควบคุมป้องกันภัยทางอากาศ [42] ประกอบด้วย ศูนย์กลางระบบ 1 แห่ง และศูนย์ย่อย 2 แห่ง โดยแต่ละศูนย์ย่อยประกอบด้วยกลุ่มเรดาร์ทางอากาศและหน่วยโจมตีประจำศูนย์ย่อย ซึ่งแต่ละกลุ่มเรดาร์ทางอากาศประกอบด้วยเรดาร์ทางอากาศและหน่วยประมวลผลข้อมูล

ระบบสั่งการและควบคุมป้องกันภัยทางอากาศ เริ่มทำงานเมื่อแต่ละกลุ่มเรดาร์ทางอากาศตรวจจับเป้าหมายทางอากาศเพื่อรวมข้อมูลที่หน่วยประมวลผลข้อมูลแล้วส่งข้อมูลตรวจจับเป้าหมายทางอากาศไปยังศูนย์ย่อยที่เกี่ยวข้อง หลังจากนั้นศูนย์ย่อยจะประเมินภัยการโจมตีแล้วส่งข้อมูลข่าวกรองไปยังศูนย์กลางระบบ เมื่อศูนย์กลางระบบได้รับข้อมูลข่าวกรองครบทั้งศูนย์ย่อยทั้ง 2 แห่งแล้ว ศูนย์กลางระบบจะประเมินสถานการณ์ที่หน่วยข้อมูลข่าวกรอง จากนั้นหน่วยควบคุมบังคับบัญชาสูงสุดจะวางแผนการโจมตีและส่งคำสั่งโจมตีไปศูนย์ย่อยทั้ง 2 แห่ง เมื่อแต่ละศูนย์ย่อยได้รับคำสั่งโจมตีแล้วจะส่งคำสั่งโจมตีไปยังหน่วยโจมตีประจำศูนย์ย่อย จากนั้นหน่วยโจมตีแต่ละหน่วยจะโจมตีและประเมินความเสียหายจากการโจมตี เมื่อหน่วยโจมตีดำเนินการเรียบร้อยแล้วจะส่งผลการประเมินความเสียหายจากการโจมตีให้ศูนย์ย่อยที่เกี่ยวข้อง

สามารถสร้างไทม์เพริเน็ตของระบบได้ดังรูปที่ 4.5 โดยรายละเอียดเพลสแสดงในตารางที่ 4.1 และรายละเอียดทรานสิชันและเวลาดีเลย์ที่สามารถทำงานได้แสดงในตารางที่ 4.2

4.3.2 คุณสมบัติของระบบที่ต้องการทวนสอบ

ในตัวอย่างนี้นำเสนอคุณสมบัติของระบบที่ต้องการทวนสอบจำนวน 3 คุณสมบัติ ดังนี้
คุณสมบัติที่ 1 แต่ละกลุ่มเรดาร์ส่งข้อมูลตรวจจับเป้าหมายทางอากาศไปยังศูนย์ย่อยภายในเวลา 40 หน่วยเวลา สามารถเขียนสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริกได้ดังนี้

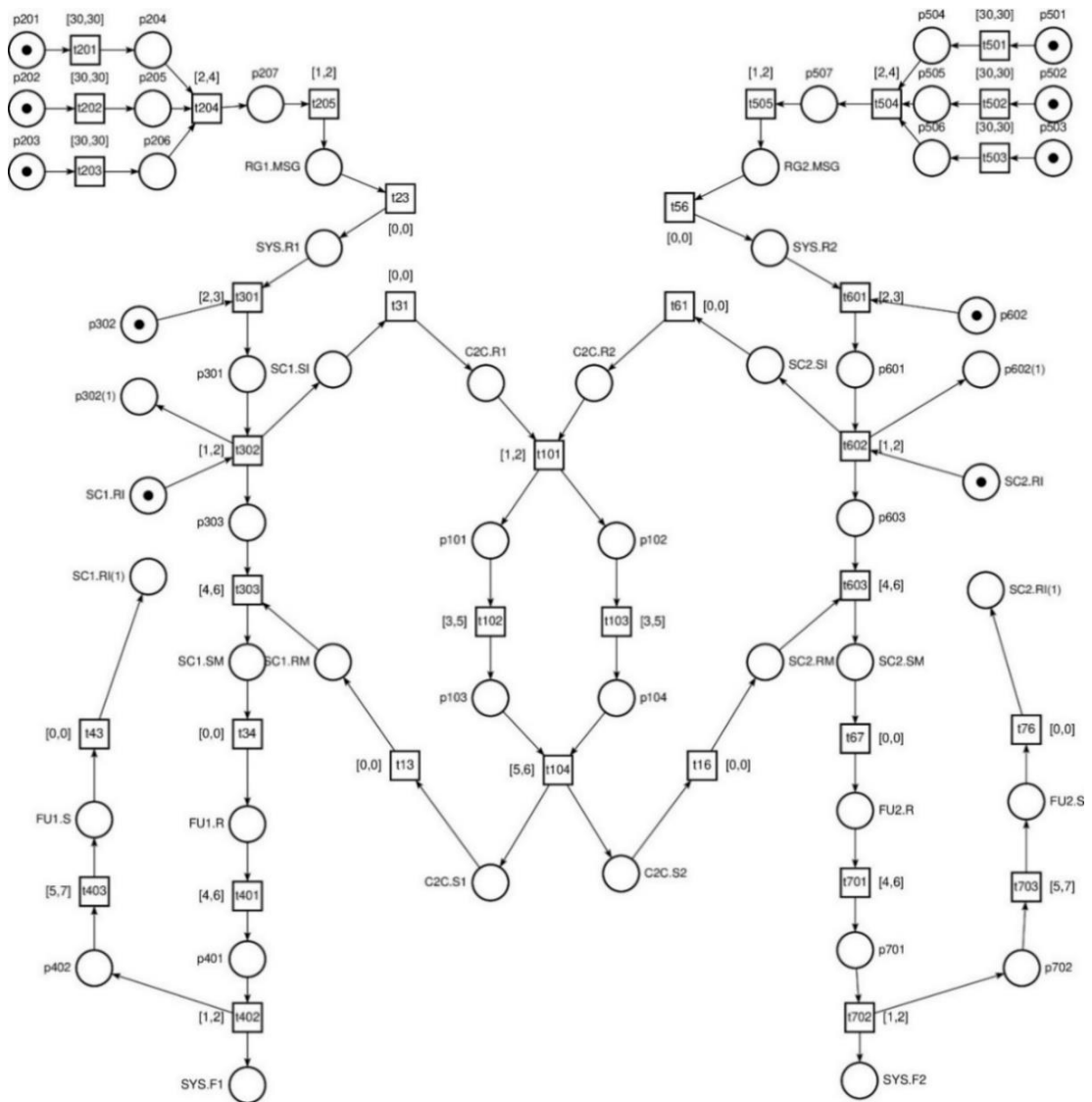
$$\square(((p201 \wedge p202 \wedge p203) \rightarrow (\diamond_{\leq 40} RG1.MSG)) \wedge ((p501 \wedge p502 \wedge p503) \rightarrow (\diamond_{\leq 40} RG2.MSG)))$$

คุณสมบัติที่ 2 ศูนย์กลางระบบใช้เวลาตั้งแต่ได้รับข้อมูลข่าวกรองจากศูนย์ย่อยทั้งสองแห่งจนกระทั่งส่งคำสั่งโจมตีกลับไปยังศูนย์ย่อยทั้งสองภายในเวลาไม่เกิน 22 หน่วยเวลา สามารถเขียนสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริกได้ดังนี้

$$\square((C2C.R1 \wedge C2C.R2) \rightarrow (\diamond_{\leq 22} (C2C.S1 \wedge C2C.S2)))$$

คุณสมบัติที่ 3 เป็นการรวมคุณสมบัติที่ 1 และคุณสมบัติที่ 2 เป็นคุณสมบัติของทั้งระบบสามารถเขียนสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริกได้ดังนี้

$$\begin{aligned} & \square(((p201 \wedge p202 \wedge p203) \rightarrow (\diamond_{\leq 40} RG1.MSG)) \wedge \\ & ((p501 \wedge p502 \wedge p503) \rightarrow (\diamond_{\leq 40} RG2.MSG))) \wedge \\ & \square((C2C.R1 \wedge C2C.R2) \rightarrow (\diamond_{\leq 22} (C2C.S1 \wedge C2C.S2))) \end{aligned}$$



รูปที่ 4.5 ไทม์เพทรีเน็ตของระบบสั่งการและควบคุมป้องกันภัยทางอากาศ [42]

ตารางที่ 4.1 รายละเอียดเพลสของระบบสั่งการและควบคุมป้องกันภัยทางอากาศ [42]

เพลส	คำอธิบาย
<i>P101, P102</i>	พร้อมประเมินสถานการณ์
<i>P103, P104</i>	พร้อมสำหรับการรวมข้อมูลและการวางแผนการโจมตี
<i>P201, P202, P203, P501, P502, P503</i>	เรดาร์พร้อมตรวจจับเป้าหมายทางอากาศ
<i>P204, P205, P206, P504, P505, P506</i>	สัญญาณเรดาร์สำหรับรวมข้อมูล
<i>P207, P507</i>	รวมสัญญาณเรดาร์
<i>P301, P601</i>	รอกการประเมินภัยการโจมตี
<i>P302, P302(1), P602, P602(1)</i>	หน่วยข้อมูลข่าวกรองว่าง
<i>P303, P603</i>	รอกการตัดสินใจสั่งโจมตี
<i>P401, P701</i>	พร้อมส่งคำสั่งโจมตี
<i>P402, P702</i>	รอกการประเมินความเสียหาย
<i>C2C.R1, C2C.R2</i>	ศูนย์กลางระบบได้รับข้อมูลข่าวกรองจากศูนย์ย่อยที่ 1 (ศูนย์ย่อยที่ 2)
<i>C2C.S1, C2C.S2</i>	ศูนย์กลางระบบพร้อมส่งคำสั่งโจมตีไปยังศูนย์ย่อยที่ 1 (ศูนย์ย่อยที่ 2)
<i>FU1.R, FU2.R</i>	หน่วยโจมตีหน่วยที่ 1 (หน่วยโจมตีหน่วยที่ 2) ได้รับคำสั่งโจมตีจากศูนย์ย่อยที่ 1 (ศูนย์ย่อยที่ 2)
<i>FU1.S, FU2.S</i>	หน่วยโจมตีหน่วยที่ 1 (หน่วยโจมตีหน่วยที่ 2) พร้อมส่งผลการประเมินความเสียหายไปยังศูนย์ย่อยที่ 1 (ศูนย์ย่อยที่ 2)
<i>RG1.MSG, RG2.MSG</i>	กลุ่มเรดาร์กลุ่มที่ 1 (กลุ่มเรดาร์กลุ่มที่ 2) พร้อมส่งข้อมูลตรวจจับเป้าหมายทางอากาศไปยังศูนย์ย่อยที่ 1 (ศูนย์ย่อยที่ 2)
<i>SC1.RI, SC1.RI(1), SC2.RI, SC2.RI(1)</i>	ศูนย์ย่อยที่ 1 (ศูนย์ย่อยที่ 2) ได้รับผลการประเมินความเสียหายจากหน่วยโจมตีหน่วยที่ 1 (หน่วยโจมตีหน่วยที่ 2)
<i>SC1.SI, SC2.SI,</i>	ศูนย์ย่อยที่ 1 (ศูนย์ย่อยที่ 2) พร้อมส่งข้อมูลข่าวกรองไปยังศูนย์กลางระบบ
<i>SC1.RM, SC2.RM,</i>	ศูนย์ย่อยที่ 1 (ศูนย์ย่อยที่ 2) ได้รับคำสั่งโจมตีจากศูนย์กลางระบบ
<i>SC1.SM, SC2.SM,</i>	ศูนย์ย่อยที่ 1 (ศูนย์ย่อยที่ 2) พร้อมส่งคำสั่งโจมตีไปยังหน่วยโจมตีหน่วยที่ 1 (หน่วยโจมตีหน่วยที่ 2)
<i>SYS.FU1, SYS.FU2</i>	คำสั่งโจมตีถูกส่งไปยังหน่วยโจมตีหน่วยที่ 1 (หน่วยโจมตีหน่วยที่ 2)
<i>SYS.R1, SYS.R2</i>	ได้รับข้อความจากกลุ่มเรดาร์กลุ่มที่ 1 (กลุ่มเรดาร์กลุ่มที่ 2)

ตารางที่ 4.2 รายละเอียดทรานสิชันและเวลาดีเลย์ของระบบ [42]

ทรานสิชัน	คำอธิบาย	เวลาดีเลย์
t_{101}	ส่งข้อมูลข่าวสารไปยังที่หน่วยข้อมูลข่าวสารทั้ง 2 หน่วย	[1, 2]
t_{102}, t_{103}	หน่วยข้อมูลข่าวสารหน่วยที่ 1 (หน่วยข้อมูลข่าวสารหน่วยที่ 2) ประเมินสถานการณ์	[3, 5]
t_{104}	หน่วยควบคุมบังคับบัญชาสูงสุดรวมข้อมูลและวางแผนการต่อสู้	[5, 6]
$t_{13}, t_{16}, t_{31}, t_{61}$	ส่วนเชื่อมต่อระหว่างศูนย์กลางระบบกับศูนย์ย่อยที่ 1 (ศูนย์ย่อยที่ 2)	[0, 0]
$t_{201}, t_{202}, t_{203}$ $t_{501}, t_{502}, t_{503}$	ตรวจจับเป้าหมายทางอากาศ	[30, 30]
t_{204}, t_{504}	หน่วยประมวลผลข้อมูลรวมข้อมูล	[2, 4]
t_{205}, t_{505}	หน่วยประมวลผลข้อมูลเข้ารหัสข้อมูลที่รวมข้อมูลแล้ว	[1, 2]
t_{23}, t_{56}	ส่วนเชื่อมต่อระหว่างกลุ่มเรดาร์ทางอากาศกลุ่มที่ 1 กับศูนย์ย่อยที่ 1 (ศูนย์ย่อยที่ 2)	[0, 0]
t_{301}, t_{601}	ศูนย์ย่อยที่ 1 (ศูนย์ย่อยที่ 2) เลือกกลุ่มเป้าหมายทางอากาศ ระบุตำแหน่งและติดตาม	[2, 3]
t_{302}, t_{602}	ศูนย์ย่อยที่ 1 (ศูนย์ย่อยที่ 2) ประเมินภัยการโจมตี	[1, 2]
t_{303}, t_{603}	ศูนย์ย่อยที่ 1 (ศูนย์ย่อยที่ 2) ประมวลผลคำสั่งโจมตี	[4, 6]
t_{401}, t_{701}	หน่วยโจมตีหน่วยที่ 1 (หน่วยโจมตีหน่วยที่ 2) ควบคุมการใช้อาวุธ	[4, 6]
t_{402}, t_{702}	หน่วยโจมตีหน่วยที่ 1 (หน่วยโจมตีหน่วยที่ 2) ส่งคำสั่งโจมตี	[1, 2]
t_{403}, t_{703}	หน่วยโจมตีหน่วยที่ 1 (หน่วยโจมตีหน่วยที่ 2) ประเมินความเสียหายจากการโจมตี	[5, 7]

4.3.3 วิธีการตัดไหมเพทรีเน็ตโดยใช้คุณสมบัติตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก

จากขั้นตอนวิธีการตัดไหมเพทรีเน็ตโดยใช้คุณสมบัติตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก ที่ได้อธิบายในหัวข้อที่ 4.1 สามารถตัดไหมเพทรีเน็ตของระบบสั่งการและควบคุมป้องกันภัยทางอากาศที่แสดงในรูปที่ 4.5 ด้วยสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริกในหัวข้อที่ 4.3.2 สามารถแสดงขั้นตอนการตัดไหมเพทรีเน็ตโดยใช้สูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริกเป็นเกณฑ์การตัด ได้ดังนี้

1) การตัดไหมเพทรีเน็ตโดยใช้คุณสมบัติที่ 1 เป็นเกณฑ์การตัด

ขั้นตอนที่ 1 สร้างกราฟฟังก์ชันของการยิงของไหมเพทรีเน็ต

จากไหมเพทรีเน็ตที่แสดงในรูปที่ 4.5 สามารถสร้างกราฟฟังก์ชันของการยิง FDG' โดยมีรายละเอียดเขตของโหนดการยิง เขตของโหนดการยิงเริ่มต้น และเวลาโกลบอลที่ทรานสิชันอยู่ในสถานะยิงทรานสิชันที่กำกับในแต่ละโหนด ดังนี้

- เซตของโหนดการยิง $FT = \{t101, t102, t103, t104, t13, t16, t201, t202, t203, t204, t205, t23, t301, t302, t303, t31, t34, t401, t402, t403, t43, t501, t502, t503, t504, t505, t56, t601, t602, t603, t61, t67, t701, t702, t703, t76\}$

- เซตของโหนดการยิงเริ่มต้น $FT_0 = \{t201, t202, t203, t501, t502, t503\}$

- เวลาโกลบอลที่ทรานสิชันอยู่ในสถานะยิงทรานสิชันที่กำกับในแต่ละโหนด

$gt = \{gt(t101) = [37,43], gt(t102) = [40,48], gt(t103) = [40,48],$
 $gt(t104) = [45,54], gt(t13) = [45,54], gt(t16) = [45,54], gt(t201) = [30,30],$
 $gt(t202) = [30,30], gt(t203) = [30,30], gt(t204) = [32,34], gt(t205) = [33,36],$
 $gt(t23) = [33,36], gt(t301) = [35,39], gt(t302) = [36,41], gt(t303) = [49,60],$
 $gt(t31) = [36,41], gt(t34) = [49,60], gt(t401) = [53,66], gt(t402) = [54,68],$
 $gt(t403) = [59,75], gt(t43) = [59,75], gt(t501) = [30,30], gt(t502) = [30,30],$
 $gt(t503) = [30,30], gt(t504) = [32,34], gt(t505) = [33,36], gt(t56) = [33,36],$
 $gt(t601) = [35,39], gt(t602) = [36,41], gt(t603) = [49,60], gt(t61) = [36,41],$
 $gt(t67) = [49,60], gt(t701) = [53,66], gt(t702) = [54,68], gt(t76) = [59,75],$
 $gt(t703) = [59,75]\}$

ขั้นตอนที่ 2 สกัดเกณฑ์การตัดโหนดการยิงจากสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก

จาก $\varphi_1 = \square(((p201 \wedge p202 \wedge p203) \rightarrow (\diamond_{\leq 40} RG1.MSG)) \wedge$
 $((p501 \wedge p502 \wedge p503) \rightarrow (\diamond_{\leq 40} RG2.MSG)))$

สามารถคำนวณหาเกณฑ์การตัดทรานสิชัน $tCrit(\varphi_1)$ ได้ดังนี้

$pCrit = \{p201, p202, p203, RG1.MSG, p501, p502, p503, RG2.MSG\}$
 ดังนั้น $tCrit(\varphi_1) = \{t205, t505\}$

สามารถคำนวณหาเกณฑ์การตัดเวลาโกลบอลของการยิง $gtCrit(\diamond_{\leq 40})$ ได้ดังนี้

จากนิยามที่ 21 จะได้ว่า

$gtCrit(\diamond_{\leq 40}) = [\max\{egt(t_k)\}, \max\{lgt(t_k)\}]$
 $gtCrit(\diamond_{\leq 40}) = [\max\{33,33\}, \max\{36,36\}] = [33,36]$

ดังนั้น $ftCrit(\varphi_1) = (\{t205, t505\}, [33,36])$

ขั้นตอนที่ 3 ตัดกราฟฟิงพาของการยิงตามเกณฑ์การตัดโหนดการยิง

ตัด FDG' ด้วย $ftCrit(\varphi_1) = (\{t205, t505\}, [33,36])$

จากนิยามที่ 22 จะได้ว่า

$DFT = \{t101, t102, t103, t104, t13, t16, t23, t301, t302, t303,$
 $t31, t34, t401, t402, t403, t43, t56, t601, t602, t603,$
 $t61, t67, t701, t702, t703, t76\}$

จากนิยามที่ 23 จะได้ว่า

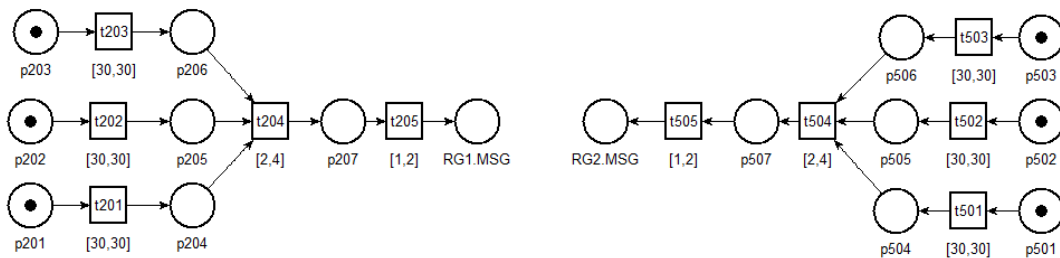
$$FT' = FT - DFT$$

$$FT' = \{t201, t202, t203, t204, t205, t501, t502, t503, t504, t505\}$$

ขั้นตอนที่ 4 สร้างใหม่เพทรีเน็ตผลลัพธ์จากโหนดการยิงผลลัพธ์

จากนิยามที่ 24 จะได้ว่า

สามารถวาดใหม่เพทรีเน็ตผลลัพธ์ $TPN_{p1'}$ ได้ดังแสดงในรูปที่ 4.6



รูปที่ 4.6 ใหม่เพทรีเน็ตผลลัพธ์ที่ได้จากการตัดใหม่เพทรีเน็ตด้วยคุณสมบัติที่ 1

2) การตัดใหม่เพทรีเน็ตโดยใช้คุณสมบัติที่ 2 เป็นเกณฑ์การตัด

ขั้นตอนที่ 1 สร้างกราฟฟังก์ชันของการยิงของใหม่เพทรีเน็ต

จากใหม่เพทรีเน็ตที่แสดงในรูปที่ 4.5 สามารถสร้างกราฟฟังก์ชันของการยิง FDG' ได้ดังที่แสดงในขั้นตอนการสร้างกราฟฟังก์ชันของการยิงของใหม่เพทรีเน็ตของการตัดใหม่เพทรีเน็ตโดยใช้คุณสมบัติที่ 1 เป็นเกณฑ์การตัด

ขั้นตอนที่ 2 สกัดเกณฑ์การตัดโหนดการยิงจากสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก

$$\text{จาก } \varphi_2 = \square((C2C.R1 \wedge C2C.R2) \rightarrow (\diamond_{\leq 22}(C2C.S1 \wedge C2C.S2)))$$

สามารถคำนวณหาเกณฑ์การตัดทรานสิชัน $tCrit(\varphi_2)$ ได้ดังนี้

$$pCrit = \{C2C.R1, C2C.R2, C2C.S1, C2C.S2\}$$

$$\text{ดังนั้น } tCrit(\varphi_2) = \{t31, t61, t104\}$$

สามารถคำนวณหาเกณฑ์การตัดเวลาโกลบอลของการยิง $gtCrit(\diamond_{\leq 22})$ ได้ดังนี้

จากนิยามที่ 21 จะได้ว่า

$$gtCrit(\diamond_{\leq 22}) = [\max\{egt(t_k)\}, \max\{lgt(t_k)\}]$$

$$gtCrit(\diamond_{\leq 22}) = [\max\{36, 36, 45\}, \max\{41, 41, 54\}] = [36, 54]$$

ดังนั้น $ftCrit(\varphi_2) = (\{t31, t61, t104\}, [36, 54])$

ขั้นตอนที่ 3 ตัดกราฟฟังก์ชันของการอิงตามเกณฑ์การตัดโหนดการอิง

ตัด FDG' ด้วย $ftCrit(\varphi_2) = (\{t31, t61, t104\}, [36,54])$

จากนิยามที่ 22 จะได้ว่า

$$DFT = \{t13, t16, t303, t34, t401, t402, t403, t43, t603, t67, t701, t702, t703, t76\}$$

จากนิยามที่ 23 จะได้ว่า

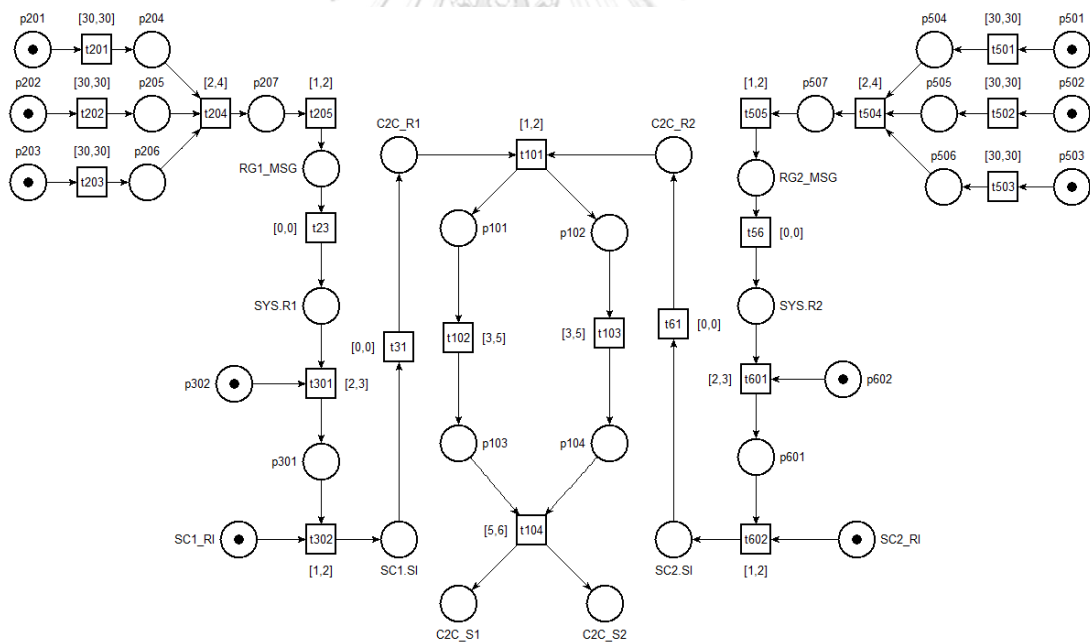
$$FT' = FT - DFT$$

$$FT' = \{t101, t102, t103, t104, t201, t202, t203, t204, t205, t23, t301, t302, t31, t501, t502, t503, t504, t505, t56, t601, t602, t61\}$$

ขั้นตอนที่ 4 สร้างใหม่เพทรีเน็ตผลลัพธ์จากโหนดการอิงผลลัพธ์

จากนิยามที่ 24 จะได้ว่า

สามารถวาดใหม่เพทรีเน็ตผลลัพธ์ $TPN_{p2'}$ ได้ดังแสดงในรูปที่ 4.7



รูปที่ 4.7 ใหม่เพทรีเน็ตผลลัพธ์ที่ได้จากการตัดใหม่เพทรีเน็ตด้วยคุณสมบัติที่ 2

3) การตัดไทม์เพทรีเน็ตโดยใช้คุณสมบัติที่ 3 เป็นเกณฑ์การตัด

ขั้นตอนที่ 1 สร้างกราฟฟังก์ชันของการยิงของไทม์เพทรีเน็ต

จากไทม์เพทรีเน็ตที่แสดงในรูปที่ 4.5 สามารถสร้างกราฟฟังก์ชันของการยิง FDG' ได้ดังที่แสดงในขั้นตอนการสร้างกราฟฟังก์ชันของการยิงของไทม์เพทรีเน็ตของการตัดไทม์เพทรีเน็ตด้วยคุณสมบัติที่ 1 เป็นเกณฑ์การตัด

ขั้นตอนที่ 2 สกัดเกณฑ์การตัดโหนดการยิงจากสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก

$$\text{จาก } \varphi_3 = [\Box(((p201 \wedge p202 \wedge p203) \rightarrow (\Diamond_{\leq 40} RG1.MSG)) \wedge ((p501 \wedge 502 \wedge p503) \rightarrow (\Diamond_{\leq 40} RG2.MSG)))] \wedge \Box((C2C.R1 \wedge C2C.R2) \rightarrow (\Diamond_{\leq 22} (C2C.S1 \wedge C2C.S2)))$$

สามารถคำนวณหาเกณฑ์การตัดทรานสิชัน $tCrit(\varphi_3)$ ได้ดังนี้

$$pCrit = \{p201, p202, p203, RG1.MSG, p501, p502, p503, RG2.MSG, C2C.R1, C2C.R2, C2C.S1, C2C.S2\}$$

$$\text{ดังนั้น } tCrit(\varphi_3) = \{t205, t505, t31, t61, t104\}$$

สามารถคำนวณหาเกณฑ์การตัดเวลาโกลบอลของการยิง $gtCrit(\varphi_3)$ ได้ดังนี้

จากนิยามที่ 21 จะได้ว่า

$$gtCrit(\varphi_3) = [\max\{egt(t_k)\}, \max\{lgt(t_k)\}]$$

$$gtCrit(\varphi_3) = [\max\{33, 33, 36, 36, 45\}, \max\{36, 36, 41, 41, 54\}]$$

$$gtCrit(\varphi_3) = [36, 54]$$

ดังนั้น $ftCrit(\varphi_3) = (\{t205, t505, t31, t61, t104\}, [36, 54])$

ขั้นตอนที่ 3 ตัดกราฟฟังก์ชันของการยิงตามเกณฑ์การตัดโหนดการยิง

ตัด FDG' ด้วย $ftCrit(\varphi_3) = (\{t205, t505, t31, t61, t104\}, [36, 54])$

จากนิยามที่ 22 จะได้ว่า

$$DFT = \{t13, t16, t303, t34, t401, t402, t403, t43, t603, t67, t701, t702, t703, t76\}$$

จากนิยามที่ 23 จะได้ว่า

$$FT' = FT - DFT$$

$$FT' = \{t101, t102, t103, t104, t201, t202, t203, t204, t205, t23, t301, t302, t31, t501, t502, t503, t504, t505, t56, t601, t602, t61\}$$

ขั้นตอนที่ 4 สร้างไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์จากโหนดการยิงผลลัพธ์

จากนิยามที่ 24 จะได้ว่า

สามารถวาดไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์ $TPN_{p3'}$ ได้ดังแสดงในรูปที่ 4.7

4.3.4 การเปรียบเทียบโครงสร้างและพฤติกรรมของไหม้เพทรีเน็ตก่อนตัดกับไหม้เพทรีเน็ตผลลัพท์

การพิจารณาเปรียบเทียบโครงสร้างและพฤติกรรมของไหม้เพทรีเน็ตก่อนตัดกับไหม้เพทรีเน็ตผลลัพท์นั้น โดยการเปรียบเทียบโครงสร้างของไหม้เพทรีเน็ตเป็นการเปรียบเทียบขนาดของไหม้เพทรีเน็ตก่อนตัดกับไหม้เพทรีเน็ตผลลัพท์ สำหรับการเปรียบเทียบพฤติกรรมของไหม้เพทรีเน็ตในตัวอย่างนี้เป็นการเปรียบเทียบจำนวนคลาสของสถานะของไหม้เพทรีเน็ตก่อนตัดกับจำนวนคลาสของสถานะของไหม้เพทรีเน็ตผลลัพท์ และเปรียบเทียบผลการทวนสอบไหม้เพทรีเน็ตเมื่อทวนสอบด้วยสูตรตรวจระยะเชิงเวลาที่เป็นเกณฑ์ในการตัด สามารถแสดงรายละเอียดได้ดังนี้

1) การเปรียบเทียบโครงสร้างของไหม้เพทรีเน็ตก่อนตัดกับไหม้เพทรีเน็ตผลลัพท์

การเปรียบเทียบในตัวอย่างนี้พิจารณาจำนวนของเพลสและจำนวนของทรานสิชันของไหม้เพทรีเน็ตก่อนตัดเปรียบเทียบกับไหม้เพทรีเน็ตผลลัพท์ที่ได้จากการตัดไหม้เพทรีเน็ตโดยใช้สูตรตรวจระยะเชิงเวลาแบบเมตริกทั้ง 3 คุณสมบัติ โดยในตัวอย่างนี้ใช้เครื่องมือทีนา (TINA; Petri net analyzer toolbox) ในการวิเคราะห์โครงสร้างของไหม้เพทรีเน็ตทั้งหมด

เมื่อพิจารณาเปรียบเทียบไหม้เพทรีเน็ตที่แสดงในรูปที่ 4.5 กับไหม้เพทรีเน็ตผลลัพท์จากการตัดไหม้เพทรีเน็ตด้วยคุณสมบัติที่ 1 ที่แสดงในรูปที่ 4.6 พบว่า ไหม้เพทรีเน็ตผลลัพท์ที่แสดงในรูปที่ 4.6 เป็นกราฟย่อยของไหม้เพทรีเน็ตที่ยังไม่ได้ตัดแสดงในรูปที่ 4.5

ในทำนองเดียวกันเมื่อพิจารณาเปรียบเทียบไหม้เพทรีเน็ตที่แสดงในรูปที่ 4.5 กับไหม้เพทรีเน็ตผลลัพท์ที่แสดงในรูปที่ 4.6 ซึ่งเป็นไหม้เพทรีเน็ตผลลัพท์จากการตัดไหม้เพทรีเน็ตด้วยคุณสมบัติที่ 2 และเป็นผลลัพท์ของการตัดไหม้เพทรีเน็ตด้วยคุณสมบัติที่ 3 ด้วย พบว่า ไหม้เพทรีเน็ตผลลัพท์ที่แสดงในรูปที่ 4.7 เป็นกราฟย่อยของไหม้เพทรีเน็ตก่อนตัดที่แสดงในรูปที่ 4.5

สำหรับผลจากการนำไหม้เพทรีเน็ตไปวิเคราะห์โครงสร้างด้วยเครื่องมือทีนา สามารถแสดงการเปรียบเทียบจำนวนเพลสและจำนวนทรานสิชันของไหม้เพทรีเน็ตก่อนตัดกับไหม้เพทรีเน็ตผลลัพท์ ได้ดังตารางที่ 4.3

ตารางที่ 4.3 เปรียบเทียบโครงสร้างของไหม้เพทรีเน็ตก่อนตัดกับไหม้เพทรีเน็ตผลลัพท์

ไหม้เพทรีเน็ต	จำนวนเพลส	จำนวนทรานสิชัน
ไหม้เพทรีเน็ตก่อนตัด (TPN)	54	36
ไหม้เพทรีเน็ตผลลัพท์ที่ตัดด้วยคุณสมบัติที่ 1 (TPN_p1')	16	10
ไหม้เพทรีเน็ตผลลัพท์ที่ตัดด้วยคุณสมบัติที่ 2 (TPN_p2')	34	22
ไหม้เพทรีเน็ตผลลัพท์ที่ตัดด้วยคุณสมบัติที่ 3 (TPN_p3')	34	22

จากตารางที่ 4.3 แสดงจำนวนเพลสและทรานสิชันของไทม์เพทรีเน็ตทั้ง 4 โมเดล เมื่อพิจารณาขนาดของไทม์เพทรีเน็ต พบว่า ไทม์เพทรีเน็ตก่อนตัดมีเพลสจำนวน 54 เพลส และมีทรานสิชันจำนวน 36 ทรานสิชัน เมื่อตัดไทม์เพทรีเน็ตโดยใช้คุณสมบัติที่ 1 เป็นเกณฑ์การตัดแล้ว ไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์มีจำนวนเพลสลดลงเหลือ 16 เพลส และมีทรานสิชันลดลงเหลือ 10 ทรานสิชัน สำหรับไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์จากการตัดโดยใช้คุณสมบัติที่ 2 และไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์ที่ตัดด้วยคุณสมบัติที่ 3 นั้นมีจำนวนเพลส 34 เพลส และมีทรานสิชันจำนวน 22 ทรานสิชัน

ดังนั้น ไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์ที่ได้จากการตัดไทม์เพทรีเน็ตโดยใช้สูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริกเป็นเกณฑ์ในการตัดมีขนาดเล็กกว่าไทม์เพทรีเน็ตก่อนตัด

2) การเปรียบเทียบพฤติกรรมของไทม์เพทรีเน็ตก่อนตัดกับไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์

การเปรียบเทียบพฤติกรรมของไทม์เพทรีเน็ตก่อนตัดกับไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์ ในตัวอย่างนี้พิจารณาจำนวนคลาสของสถานะของไทม์เพทรีเน็ตก่อนตัดกับจำนวนคลาสของสถานะของไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์ และเปรียบเทียบผลการทวนสอบไทม์เพทรีเน็ตก่อนตัดและไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์ด้วยสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริกที่เป็นเกณฑ์การตัด ในตัวอย่างนี้ใช้เครื่องมือทีนาในการวิเคราะห์จำนวนคลาสของสถานะของไทม์เพทรีเน็ตก่อนตัดกับไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์

สำหรับการทวนสอบไทม์เพทรีเน็ตทั้งสองด้วยสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริกนั้น ตัวอย่างนี้แปลงสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริกเป็นสูตรตรรกะเชิงเวลาเชิงเส้นและคุณสมบัติเชิงเวลา จากนั้นทวนสอบไทม์เพทรีเน็ตก่อนตัดกับไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์ด้วยสูตรตรรกะเชิงเวลาเชิงเส้นด้วยเครื่องมือทีนา และใช้บทแทรกที่ 2 ในการวิเคราะห์คุณสมบัติเชิงเวลาของไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์ ส่วนการวิเคราะห์คุณสมบัติเชิงเวลาของไทม์เพทรีเน็ตใช้ผลการวิเคราะห์จากงานวิจัย [42] สามารถแสดงรายละเอียดการเปรียบเทียบพฤติกรรมของไทม์เพทรีเน็ตก่อนตัดกับไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์ดังนี้

ไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์จากการตัดไทม์เพทรีเน็ตด้วยคุณสมบัติที่ 1 เป็นเกณฑ์การตัด

ผลจากการนำไทม์เพทรีเน็ตไปวิเคราะห์ปริภูมิสถานะด้วยเครื่องมือทีนา สามารถแสดงตารางเปรียบเทียบจำนวนปริภูมิสถานะ ได้ดังตารางที่ 4.4

สำหรับการทวนสอบไทม์เพทรีเน็ตด้วยสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก สามารถแสดงรายละเอียดการทวนสอบได้ดังนี้

$$\text{จาก } \varphi_1 = \square(((p201 \wedge p202 \wedge p203) \rightarrow (\diamond_{\leq 40} RG1.MSG)) \wedge ((p501 \wedge p502 \wedge p503) \rightarrow (\diamond_{\leq 40} RG2.MSG)))$$

จะได้สูตรตรรกะเชิงเวลาเชิงเส้นและคุณสมบัติเชิงเวลา ดังนี้

$$LTL(\varphi_1) = \square(((p201 \wedge p202 \wedge p203) \rightarrow (\diamond RG1.MSG)) \wedge ((p501 \wedge p502 \wedge p503) \rightarrow (\diamond RG2.MSG)))$$

คุณสมบัติเชิงเวลา เป็นเวลาสัมพันธ์จากระบบเริ่มทำงานจนกระทั่ง
 $\{RG1.MSG, RG2.MSG\}$ เริ่มทำงาน คือ $I(\varphi_1) = [0,40]$

เมื่อทวนสอบด้วยสูตรตรรกะเชิงเวลาเชิงเส้น $LTL(\varphi_1)$ ด้วยเครื่องมือทีนา จะได้ว่า

$$TPN \models LTL(\varphi_1) \text{ และ } TPN_p1' \models LTL(\varphi_1)$$

เมื่อวิเคราะห์คุณสมบัติเชิงเวลา จะได้ว่า

$$\text{จาก } tCrit(\varphi_1) = \{t205, t505\}$$

จากบทแทรกที่ 2 จะได้ว่า

$$\text{ระยะเวลาการทำงานจากระบบเริ่มทำงานถึง } \{t205, t505\} \text{ คือ } [33,36]$$

เนื่องจาก $[33,36] \in I(\varphi_1)$ ดังนั้น

$$TPN \models I(\varphi_1) \text{ และ } TPN_p1' \models I(\varphi_1)$$

จากผลการทวนสอบด้วยสูตรตรรกะเชิงเวลาเชิงเส้น $LTL(\varphi_1)$ ด้วยเครื่องมือทีนา
 และผลการวิเคราะห์คุณสมบัติเชิงเวลา สามารถสรุปได้ว่า $TPN \models LTL(\varphi_1) \wedge TPN \models I(\varphi_1)$

และ $TPN_p1' \models LTL(\varphi_1) \wedge TPN_p1' \models I(\varphi_1)$

ดังนั้น $TPN \models \varphi_1$ และ $TPN_p1' \models \varphi_1$

สำหรับผลจากการนำไทม์เพทรีเน็ตไปวิเคราะห์พฤติกรรมด้วยเครื่องมือทีนา สามารถ
 แสดงรายละเอียดการเปรียบเทียบพฤติกรรมของไทม์เพทรีเน็ตก่อนตัด TPN กับไทม์เพทรีเน็ต
 ผลลัพธ์ TPN_p1' ได้ดังตารางที่ 4.4

ตารางที่ 4.4 เปรียบเทียบพฤติกรรมของไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์ที่ตัดด้วยคุณสมบัติที่ 1

รายการ	ไทม์เพทรีเน็ตก่อนตัด (TPN)	ไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์ ที่ตัดด้วยคุณสมบัติที่ 1 (TPN_p1')
จำนวนคลาสของสถานะ	253	77
boundedness	yes	yes
liveness	no	no
จำนวนคลาสของสถานะที่เกิดภาวะติดตาย	1	1
ผลการทวนสอบด้วย $LTL(\varphi_1)$	true	true

จากตารางที่ 4.4 แสดงพฤติกรรมของไทม์เพทรีเน็ตก่อนตัด (TPN) และพฤติกรรม
 ของไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์ที่ตัดด้วยคุณสมบัติที่ 1 (TPN_p1') เมื่อพิจารณาจำนวนคลาสของสถานะ
 พบว่า ไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์ TPN_p1' มีจำนวนคลาสของสถานะจำนวน 77 คลาส ซึ่งมีจำนวน

คลาสของสถานะน้อยกว่าจำนวนคลาสของสถานะของไทม์เพทรีเน็ตก่อนตัด TPN ซึ่งมีจำนวนคลาสของสถานะ 253 คลาส

เมื่อพิจารณาผลการทวนสอบคุณสมบัติ boundedness พบว่า ทั้งไทม์เพทรีเน็ตก่อนตัดและไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์มีคุณสมบัติ boundedness ทั้งคู่ สำหรับผลการทวนสอบคุณสมบัติ liveness นั้น พบว่า ทั้งไทม์เพทรีเน็ตก่อนตัดและไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์ไม่มีคุณสมบัติ liveness ทั้งคู่ และเมื่อพิจารณาจำนวนคลาสของสถานะที่เกิดภาวะติดตาย พบว่า ทั้งไทม์เพทรีเน็ตก่อนตัดและไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์มีคลาสของสถานะจำนวน 1 คลาสที่เกิดภาวะติดตาย

เมื่อพิจารณาผลการทวนสอบด้วยสูตรตรรกะเชิงเวลาเชิงเส้น $LTL(\varphi_1)$ พบว่า ทั้งไทม์เพทรีเน็ตก่อนตัดและไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์นั้นได้ผลทวนการทวนสอบเป็นจริงทั้งคู่

ดังนั้น ไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์ $TPN_{p1'}$ มีขนาดปริภูมิสถานะเล็กกว่าไทม์เพทรีเน็ตก่อนตัด แต่ผลการทวนสอบคุณสมบัติของไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์ยังคงเหมือนกับผลการทวนสอบคุณสมบัติไทม์เพทรีเน็ตที่ก่อนตัด

ไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์จากการตัดไทม์เพทรีเน็ตด้วยคุณสมบัติที่ 2 เป็นเกณฑ์การตัด

ผลจากการนำไทม์เพทรีเน็ตไปวิเคราะห์ปริภูมิสถานะด้วยเครื่องมือที่นา สามารถแสดงตารางเปรียบเทียบจำนวนปริภูมิสถานะ ได้ดังตารางที่ 4.5

สำหรับการทวนสอบไทม์เพทรีเน็ตด้วยสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก สามารถรายละเอียดการทวนสอบได้ดังนี้

$$\text{จาก } \varphi_2 = \square((C2C.R1 \wedge C2C.R2) \rightarrow (\diamond_{\leq 22}(C2C.S1 \wedge C2C.S2)))$$

จะได้สูตรตรรกะเชิงเวลาเชิงเส้นและคุณสมบัติเชิงเวลา ดังนี้

$$LTL(\varphi_2) = \square((C2C.R1 \wedge C2C.R2) \rightarrow (\diamond(C2C.S1 \wedge C2C.S2)))$$

คุณสมบัติเชิงเวลา เป็นเวลาสัมพันธ์จาก $\{C2C.R1, C2C.R2\}$ ทำงานจนกระทั่ง $\{C2C.S1, C2C.S2\}$ เริ่มทำงาน คือ $I(\varphi_2) = [0, 22]$

เมื่อทวนสอบด้วยสูตรตรรกะเชิงเวลาเชิงเส้น $LTL(\varphi_2)$ ด้วยเครื่องมือที่นา จะได้ว่า

$$TPN \models LTL(\varphi_2) \text{ และ } TPN_{p2'} \models LTL(\varphi_2)$$

เมื่อวิเคราะห์คุณสมบัติเชิงเวลา จะได้ว่า

$$\text{จาก } tCrit(\varphi_2) = \{t31, t61, t104\}$$

จากบทแทรกที่ 2 จะได้ว่า

$$\text{ระยะเวลาการทำงานจาก } \{t31, t61\} \text{ ถึง } \{t104\} \text{ คือ } [45, 54] - [36, 41] = [9, 13]$$

เนื่องจาก $[9, 13] \in I(\varphi_2)$ ดังนั้น

$$TPN \models I(\varphi_2) \text{ และ } TPN_p2' \models I(\varphi_2)$$

จากผลการทวนสอบด้วยสูตรตรรกะเชิงเวลาเชิงเส้น $LTL(\varphi_2)$ ด้วยเครื่องมือทีนา และผลการวิเคราะห์คุณสมบัติเชิงเวลา สามารถสรุปได้ว่า $TPN \models LTL(\varphi_2) \wedge TPN \models I(\varphi_2)$ และ $TPN_p2' \models LTL(\varphi_2) \wedge TPN_p1' \models I(\varphi_2)$

$$\text{ดังนั้น } TPN \models \varphi_2 \text{ และ } TPN_p2' \models \varphi_2$$

สำหรับผลจากการนำไทม์เพทรีเน็ตไปวิเคราะห์พฤติกรรมด้วยเครื่องมือทีนา สามารถแสดงรายละเอียดการเปรียบเทียบพฤติกรรมของไทม์เพทรีเน็ตก่อนตัด TPN กับไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์ TPN_p2' ได้ดังตารางที่ 4.5

ตารางที่ 4.5 เปรียบเทียบพฤติกรรมของไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์ที่ตัดด้วยคุณสมบัติที่ 2

รายการ	ไทม์เพทรีเน็ตก่อนตัด (TPN)	ไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์ ที่ตัดด้วยคุณสมบัติที่ 2 (TPN_p2')
จำนวนคลาสของสถานะ	253	176
boundedness	yes	yes
liveness	no	no
จำนวนคลาสของสถานะที่เกิดภาวะติดตาย	1	1
ผลการทวนสอบด้วย $LTL(\varphi_2)$	true	true

จากตารางที่ 4.5 แสดงพฤติกรรมของไทม์เพทรีเน็ตก่อนตัด (TPN) และพฤติกรรมของไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์ที่ตัดด้วยคุณสมบัติที่ 2 (TPN_p2') เมื่อพิจารณาจำนวนคลาสของสถานะพบว่า ไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์ TPN_p2' มีจำนวนคลาสของสถานะจำนวน 176 คลาสซึ่งมีจำนวนคลาสของสถานะน้อยกว่าจำนวนคลาสของสถานะของไทม์เพทรีเน็ตก่อนตัด TPN ซึ่งมีจำนวนคลาสของสถานะ 253 คลาส

เมื่อพิจารณาผลการทวนสอบคุณสมบัติ boundedness พบว่า ทั้งไทม์เพทรีเน็ตก่อนตัดและไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์มีคุณสมบัติ boundedness ทั้งคู่ สำหรับผลการทวนสอบคุณสมบัติ liveness นั้น พบว่า ทั้งไทม์เพทรีเน็ตก่อนตัดและไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์ไม่มีคุณสมบัติ liveness ทั้งคู่ และเมื่อพิจารณาจำนวนคลาสของสถานะที่เกิดภาวะติดตาย พบว่า ทั้งไทม์เพทรีเน็ตก่อนตัดและไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์มีคลาสของสถานะจำนวน 1 คลาสที่เกิดภาวะติดตาย

เมื่อพิจารณาผลการทวนสอบด้วยสูตรตรรกะเชิงเวลาเชิงเส้น $LTL(\varphi_2)$ พบว่า ทั้ง
ไทม์เพทรีเน็ตก่อนตัดและไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์นั้นได้ผลทวนสอบเป็นจริงทั้งคู่

ดังนั้น ไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์ $TPN_{p2'}$ มีขนาดปริภูมิสถานะเล็กกว่าไทม์เพทรีเน็ต
ก่อนตัด แต่ผลการทวนสอบคุณสมบัติของไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์ยังคงเหมือนกับผลการทวนสอบ
คุณสมบัติไทม์เพทรีเน็ตที่ก่อนตัด

ไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์จากการตัดไทม์เพทรีเน็ตด้วยคุณสมบัติที่ 3 เป็นเกณฑ์การตัด

ผลจากการนำไทม์เพทรีเน็ตไปวิเคราะห์ปริภูมิสถานะด้วยเครื่องมือที่นา สามารถแสดง
ตารางเปรียบเทียบจำนวนปริภูมิสถานะ ได้ดังตารางที่ 4.6

สำหรับการทวนสอบไทม์เพทรีเน็ตด้วยสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก สามารถแสดง
รายละเอียดการทวนสอบได้ดังนี้

$$\text{จาก } \varphi_3 = [\Box(((p201 \wedge p202 \wedge p203) \rightarrow (\Diamond_{\leq 40} RG1.MSG)) \wedge \\ ((p501 \wedge p502 \wedge p503) \rightarrow (\Diamond_{\leq 40} RG2.MSG)))] \wedge \\ \Box((C2C.R1 \wedge C2C.R2) \rightarrow (\Diamond_{\leq 22} (C2C.S1 \wedge C2C.S2)))$$

จะได้สูตรตรรกะเชิงเวลาเชิงเส้นและคุณสมบัติเชิงเวลา ดังนี้

$$LTL(\varphi_3) = [\Box(((p201 \wedge p202 \wedge p203) \rightarrow (\Diamond RG1.MSG)) \wedge \\ ((p501 \wedge p502 \wedge p503) \rightarrow (\Diamond RG2.MSG)))] \wedge \\ \Box((C2C.R1 \wedge C2C.R2) \rightarrow (\Diamond (C2C.S1 \wedge C2C.S2)))$$

คุณสมบัติเชิงเวลา เป็นเวลาสัมพัทธ์จากระบบเริ่มทำงานจนกระทั่ง
{ $RG1.MSG, RG2.MSG$ } เริ่มทำงาน คือ $I_1(\varphi_3) = [0,40]$ และเป็นเวลาสัมพัทธ์จาก
{ $C2C.R1, C2C.R2$ } ทำงานจนกระทั่ง { $C2C.S1, C2C.S2$ } เริ่มทำงาน คือ $I_2(\varphi_3) = [0,22]$

$$\text{ดังนั้น คุณสมบัติเชิงเวลา } I(\varphi_3) = I_1(\varphi_3) \wedge I_2(\varphi_3)$$

เมื่อทวนสอบด้วยสูตรตรรกะเชิงเวลาเชิงเส้น $LTL(\varphi_3)$ ด้วยเครื่องมือที่นา จะได้ว่า

$$TPN \models LTL(\varphi_3) \text{ และ } TPN_{p3'} \models LTL(\varphi_3)$$

เมื่อวิเคราะห์คุณสมบัติเชิงเวลา จะได้ว่า

$$\text{จาก } tCrit(\varphi_3) = \{t205, t505, t31, t61, t104\}$$

จากบทแทรกที่ 2 จะได้ว่า

$$\text{ระยะเวลาการทำงานจากระบบเริ่มทำงานถึง } \{t205, t505\} \text{ คือ } [33,36]$$

$$\text{ระยะเวลาการทำงานจาก } \{t31, t61\} \text{ ถึง } \{t104\} \text{ คือ}$$

$$[45, 54] - [36, 41] = [9, 13]$$

เนื่องจาก $[33,36] \in I_1(\varphi_3)$ และ $[9, 13] \in I_2(\varphi_3)$ ดังนั้น

$$TPN \models I(\varphi_3) \text{ และ } TPN_{p3'} \models I(\varphi_3)$$

จากผลการทวนสอบด้วยสูตรตรรกะเชิงเวลาเชิงเส้น $LTL(\varphi_3)$ ด้วยเครื่องมือที่นา และผลการวิเคราะห์คุณสมบัติเชิงเวลา สามารถสรุปได้ว่า $TPN \models LTL(\varphi_3) \wedge TPN \models I(\varphi_3)$ และ $TPN_{p3'} \models LTL(\varphi_3) \wedge TPN_{p3'} \models I(\varphi_3)$ ดังนั้น $TPN \models \varphi_3$ และ $TPN_{p3'} \models \varphi_3$

สำหรับผลจากการนำไทม์เพทรีเน็ตไปวิเคราะห์พฤติกรรมด้วยเครื่องมือที่นา สามารถแสดงรายละเอียดการเปรียบเทียบพฤติกรรมของไทม์เพทรีเน็ตก่อนตัด TPN กับไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์ $TPN_{p3'}$ ได้ดังตารางที่ 4.6

ตารางที่ 4.6 เปรียบเทียบพฤติกรรมของไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์ที่ตัดด้วยคุณสมบัติที่ 3

รายการ	ไทม์เพทรีเน็ตก่อนตัด (TPN)	ไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์ ที่ตัดด้วยคุณสมบัติที่ 3 ($TPN_{p3'}$)
จำนวนคลาสของสถานะ	253	176
boundedness	yes	yes
liveness	no	no
จำนวนคลาสของสถานะที่เกิดภาวะติดตาย	1	1
ผลการทวนสอบด้วย $LTL(\varphi_3)$	true	true

จากตารางที่ 4.6 แสดงพฤติกรรมของไทม์เพทรีเน็ตก่อนตัด (TPN) และพฤติกรรมของไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์ที่ตัดด้วยคุณสมบัติที่ 3 ($TPN_{p3'}$) เมื่อพิจารณาจำนวนคลาสของสถานะ พบว่า ไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์ $TPN_{p3'}$ มีจำนวนคลาสของสถานะจำนวน 176 คลาสซึ่งมีจำนวนคลาสของสถานะน้อยกว่าจำนวนคลาสของสถานะของไทม์เพทรีเน็ตก่อนตัด TPN ซึ่งมีจำนวนคลาสของสถานะ 253 คลาส

เมื่อพิจารณาผลการทวนสอบคุณสมบัติ boundedness พบว่า ทั้งไทม์เพทรีเน็ตก่อนตัดและไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์มีคุณสมบัติ boundedness ทั้งคู่ สำหรับผลการทวนสอบคุณสมบัติ liveness นั้น พบว่า ทั้งไทม์เพทรีเน็ตก่อนตัดและไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์ไม่มีคุณสมบัติ liveness ทั้งคู่ และเมื่อพิจารณาจำนวนคลาสของสถานะที่เกิดภาวะติดตาย พบว่า ทั้งไทม์เพทรีเน็ตก่อนตัดและไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์มีคลาสของสถานะจำนวน 1 คลาสที่เกิดภาวะติดตาย

เมื่อพิจารณาผลการทวนสอบด้วยสูตรตรรกะเชิงเวลาเชิงเส้น $LTL(\varphi_3)$ พบว่า ทั้งไทม์เพทรีเน็ตก่อนตัดและไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์นั้นได้ผลทวนการทวนสอบเป็นจริงทั้งคู่

ดังนั้น ไทม์เพทรีเน็ตผลลัพท์ *TPN_p3'* มีขนาดปริภูมิสถานะเล็กกว่าไทม์เพทรีเน็ตก่อนตัด แต่ผลการทวนสอบคุณสมบัติของไทม์เพทรีเน็ตผลลัพท์ยังคงเหมือนกับผลการทวนสอบคุณสมบัติไทม์เพทรีเน็ตที่ก่อนตัด

จากตัวอย่างการตัดไทม์เพทรีเน็ตโดยใช้สูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก พบว่าสามารถตัดไทม์เพทรีเน็ตด้วยสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริกเป็นเกณฑ์ในการตัดตามอัลกอริทึมที่นำเสนอ โดยไทม์เพทรีเน็ตผลลัพท์เป็นเซตย่อยของไทม์เพทรีเน็ตก่อนตัด แต่ไทม์เพทรีเน็ตผลลัพท์ยังคงมีโครงสร้างและพฤติกรรมเหมือนกับโครงสร้างและพฤติกรรมของไทม์เพทรีเน็ตก่อนตัด และเมื่อทวนสอบไทม์เพทรีเน็ตด้วยคุณสมบัติตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริกที่เป็นเกณฑ์การตัดแล้ว ผลการทวนสอบไทม์เพทรีเน็ตผลลัพท์ยังเหมือนกับผลการทวนสอบไทม์เพทรีเน็ตก่อนตัดด้วยสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริกที่เป็นเกณฑ์การตัด



บทที่ 5

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

5.1 สรุปผลการวิจัย

งานวิจัยนี้นำเสนอขั้นตอนวิธีการตัดไหม้เพทรีเน็ตโดยใช้สูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริกเป็นเกณฑ์ในการตัด เพื่อลดขนาดโครงสร้างของไหม้เพทรีเน็ตโดยการตัดโครงสร้างของไหม้เพทรีเน็ตที่ไม่สามารถเข้าถึงได้หรือไม่จำเป็นต้องเข้าถึงเมื่อทวนสอบไหม้เพทรีเน็ตด้วยสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริก ทั้งนี้ไหม้เพทรีเน็ตผลลัพธ์ที่ได้จากการตัดมีขนาดเล็กและเป็นเซตย่อยของไหม้เพทรีเน็ตก่อนตัด แต่ยังคงโครงสร้างและพฤติกรรมเหมือนเดิมกับไหม้เพทรีเน็ตก่อนตัดในส่วนโครงสร้างที่เหลืออยู่และเพียงพอกับการทวนสอบไหม้เพทรีเน็ตด้วยสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริกที่เป็นเกณฑ์การตัดโดยไม่ส่งผลกระทบต่อผลการทวนสอบ

สำหรับแนวคิดในการตัดไหม้เพทรีเน็ตในงานวิจัยนี้ เริ่มจากการสร้างกราฟฟังก์ชันการยิงเพื่อพิจารณาพฤติกรรมการทำงานของไหม้เพทรีเน็ตด้วยลำดับการยิงโหนดการยิงในกราฟฟังก์ชันการยิง โดยข้อดีของการใช้กราฟฟังก์ชันการยิงอธิบายพฤติกรรมของระบบแทนไหม้เพทรีเน็ต คือการระบุเวลาโกลบอลในการยิงทรานสิชันแทนเวลาสัมพัทธ์ที่กำกับที่ทรานสิชันในไหม้เพทรีเน็ต ทำให้ทราบช่วงเวลาจริงที่เป็นได้ที่ทรานสิชันนั้น ๆ สามารถยิงทรานสิชันได้โดยไม่ต้องสร้างปริภูมิสถานะของไหม้เพทรีเน็ต และสามารถนำกราฟฟังก์ชันการยิงมาช่วยในการพิจารณาระยะเวลาในการทำงานระหว่างทรานสิชันใด ๆ กับอีกทรานสิชันหนึ่งโดยไม่จำกัดลำดับการทำงานเริ่มต้น ซึ่งสอดคล้องกับการตีความตัวดำเนินการเชิงเวลาในการทวนสอบ ทั้งนี้งานวิจัยนี้ได้พิสูจน์ว่าลำดับการยิงโหนดการยิงในกราฟฟังก์ชันการยิงนั้นเป็นลำดับการยิงทรานสิชัน โดยชี้ให้เห็นว่าแต่ละเส้นเชื่อมในกราฟฟังก์ชันการยิงคือลำดับการยิงทรานสิชันความยาว 2 หน่วย นอกจากนี้กราฟฟังก์ชันการยิงยังสามารถแสดงเวลาโกลบอลที่เป็นไปได้ที่แต่ละทรานสิชันสามารถยิงทรานสิชันได้ ทั้งนี้งานวิจัยนี้ได้พิสูจน์ว่าเวลาโกลบอลของการยิงที่กำกับในแต่ละโหนดการยิงนั้น เป็นช่วงเวลาสะสมตั้งแต่ระบบเริ่มทำงานด้วยมาร์คกิงเริ่มต้นจนกระทั่งถึงเวลาที่ทรานสิชันในโหนดการยิงนั้น ๆ สามารถยิงทรานสิชันได้ โดยกราฟฟังก์ชันการยิงที่นำเสนอสามารถครอบคลุมพฤติกรรมการทำงานของไหม้เพทรีเน็ตที่มีการทำงานแบบตามลำดับ การทำงานแบบขัดแย้ง การทำงานพร้อมกัน การทำงานแบบซิงโครไนซ์ และการทำงานแบบผสม นอกจากนี้งานวิจัยนี้ได้นำเสนออัลกอริทึมในการสร้างกราฟฟังก์ชันการยิงมีอัตราการเติบโตเชิงเวลาเท่ากับ $O(|T|^2|P|)$ โดยที่ $|T|$ คือ จำนวนสมาชิกของเซตของทรานสิชัน และ $|P|$ คือ จำนวนสมาชิกของเซตของเพลส

จากนั้นสกัดหาเกณฑ์การตัดไหม้เพทรีเน็ตจากสูตรรยะเชิงเวลาแบบเมตริก งานวิจัยนี้ นำเสนอเกณฑ์การตัดโหนดการยิงในกราฟฟังก์พาของการยิง ประกอบด้วย เกณฑ์การตัดทรานสิชัน และเกณฑ์การตัดเวลาโกลบอลของการยิง ซึ่งครอบคลุมทั้งส่วนประพจน์และเวลาที่กำกับในตัวดำเนินการเชิงเวลาของสูตรรยะเชิงเวลาแบบเมตริก ทั้งนี้งานวิจัยได้พิสูจน์ว่าเวลาในเกณฑ์การตัดเวลาโกลบอลของการยิงนั้นเป็นเวลาโกลบอลที่เพียงพอสำหรับการทวนสอบด้วยสูตรรยะเชิงเวลาแบบเมตริกโดยไม่ส่งผลกระทบต่อผลการทวนสอบ อีกทั้งเกณฑ์การตัดโหนดการยิงยังครอบคลุมตัวดำเนินการเสมอ (\square) ตัวดำเนินการในที่สุด (\diamond) ตัวดำเนินการถัดไป (\circ) และตัวดำเนินการจนกระทั่ง (U)

สำหรับขั้นตอนการตัดไหม้เพทรีเน็ตด้วยสูตรรยะเชิงเวลาแบบเมตริกเป็นเกณฑ์การตัดนั้น งานวิจัยนี้นำเสนอการตัดกราฟฟังก์พาของการยิงด้วยเกณฑ์การตัดโหนดการยิง เพื่อตัดโหนดการยิงที่ไม่สามารถเข้าถึงได้ด้วยเกณฑ์การตัดโหนดการยิงทั้งในส่วนของเกณฑ์การตัดทรานสิชันและเกณฑ์การตัดเวลาโกลบอล และตัดโหนดการยิงที่ไม่มีผลต่อการยิงทรานสิชันในเกณฑ์การตัดทรานสิชันเมื่อสิ้นสุดกระบวนการตัดกราฟฟังก์พาของการยิงจะได้โหนดการยิงผลลัพธ์ที่ครอบคลุมทรานสิชันที่จำเป็นในการทวนสอบไหม้เพทรีเน็ตด้วยสูตรรยะเชิงเวลาแบบเมตริกที่เป็นเกณฑ์การตัด

จากนั้นจะเข้าสู่ขั้นตอนการสร้างไหม้เพทรีเน็ตผลลัพธ์จากโหนดการยิงผลลัพธ์ เมื่อสิ้นสุดกระบวนการจะได้ไหม้เพทรีเน็ตผลลัพธ์ที่ถูกตัดด้วยสูตรรยะเชิงเวลาแบบเมตริก ทั้งนี้งานวิจัยนี้ได้พิสูจน์ให้เห็นว่าไหม้เพทรีเน็ตผลลัพธ์เป็นเซตย่อยของไหม้เพทรีเน็ตก่อนตัด และไหม้เพทรีเน็ตยังคงมีโครงสร้างและพฤติกรรมเหมือนกับโครงสร้างและพฤติกรรมของไหม้เพทรีเน็ตก่อนตัดในส่วนที่โครงสร้างเหมือนกัน โดยงานวิจัยนี้ได้นำเสนออัลกอริทึมการตัดไหม้เพทรีเน็ตด้วยสูตรรยะเชิงเวลาแบบเมตริก ซึ่งมีอัตราการเติบโตเชิงเวลาเท่ากับ $O(|T|^2|P| + |F|)$ โดยที่ $|T|$ คือ ขนาดของเซตของทรานสิชันในไหม้เพทรีเน็ต $|P|$ คือ ขนาดของเซตของเพลสในไหม้เพทรีเน็ตก่อนตัด และ $|F|$ คือ จำนวนสมาชิกของฟังก์ชันขาออกในไหม้เพทรีเน็ตก่อนตัด

จากผลการศึกษาการตัดไหม้เพทรีเน็ตโดยใช้สูตรรยะเชิงเวลาแบบเมตริก พบว่า ขั้นตอนวิธีที่นำเสนอสามารถลดขนาดโครงสร้างของไหม้เพทรีเน็ตโดยยังคงรักษาคุณสมบัติรยะเชิงเวลาแบบเมตริกที่ต้องการทวนสอบได้ ทั้งนี้โครงสร้างของไหม้เพทรีเน็ตผลลัพธ์นั้นอาจแตกต่างกันตามสูตรรยะเชิงเวลาแบบเมตริกที่เป็นเกณฑ์การตัด แต่ขั้นตอนวิธีการสร้างกราฟฟังก์พาของการยิงที่นำเสนอเป็นการสร้างกราฟฟังก์พาของการยิงของไหม้เพทรีเน็ตทั้งระบบ จึงทำให้สามารถตัดไหม้เพทรีเน็ตด้วยสูตรรยะเชิงเวลาแบบเมตริกที่แตกต่างกันได้โดยไม่ต้องสร้างกราฟฟังก์พาของการยิงทุกครั้งที่ต้องการตัด นอกจากนี้ลำดับการยิงทรานสิชันในไหม้เพทรีเน็ตมีผลต่อการลดขนาดของไหม้เพทรีเน็ตอย่างมีนัยสำคัญ กล่าวคือ ถ้าทรานสิชันใด ๆ มีลำดับการยิงทรานสิชันน้อยกว่าลำดับ

การยิงทรานสิชันของอีกทรานสิชันหนึ่ง ส่งผลให้ขนาดของไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์ที่มีทรานสิชันที่ยิ่งก่อนเป็นเกณฑ์การตัดมีขนาดเล็กกว่าไทม์เพทรีเน็ตผลลัพธ์ที่มีอีกทรานสิชันหนึ่งเป็นเกณฑ์การตัด

ทั้งนี้ วิธีการตัดไทม์เพทรีเน็ตโดยใช้คุณสมบัติตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริกที่นำเสนอขึ้นเป็นเพียงทางเลือกหนึ่งในการลดขนาดไทม์เพทรีเน็ตก่อนการทวนสอบ แม้ว่าวิธีการตัดไทม์เพทรีเน็ตจะมีต้นทุนในการตัดไทม์เพทรีเน็ต แต่ในมุมมองของผู้วิจัยเห็นว่าอาจเป็นประโยชน์ต่อการทวนสอบไทม์เพทรีเน็ตที่อาจเกิดการระเบิดของปริภูมิสถานะ ทำให้ไม่สามารถทวนสอบได้ ถ้าสามารถตัดส่วนที่ไม่จำเป็นในการทวนสอบออกจากไทม์เพทรีเน็ตโดยไม่ส่งผลกระทบต่อผลการทวนสอบแล้วก็จะสามารถทวนสอบไทม์เพทรีเน็ตนั้น ๆ ได้ นอกจากนี้อาจนำไปประยุกต์ใช้ร่วมกับการทวนสอบที่แก้ปัญหาการระเบิดของปริภูมิสถานะโดยการลดปริภูมิสถานะในขั้นตอนการทวนสอบ

5.2 ข้อเสนอแนะและแนวทางในการพัฒนา

วิธีการตัดไทม์เพทรีเน็ตโดยใช้คุณสมบัติตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริกที่นำเสนออาจยังไม่รองรับการทำงานของระบบบางระบบหรือมีข้อจำกัดบางอย่าง เพื่อเพิ่มประสิทธิภาพการตัดไทม์เพทรีเน็ตอาจต้องพิจารณาปัจจัยในประเด็นอื่นที่เกี่ยวข้องเพิ่มเติม รายละเอียดดังนี้

1) การตัดไทม์เพทรีเน็ตที่นำเสนออาจยังไม่สามารถรองรับระบบที่มีการทำงานแบบวนซ้ำได้ ทั้งนี้ ควรปรับปรุงกราฟฟังก์ชันของการยิงให้สามารถรองรับการทำงานแบบวนซ้ำได้โดยอาจเพิ่มเกณฑ์การพิจารณาการสร้างกราฟฟังก์ชันของการยิง เช่น เพิ่มเกณฑ์การคำนวณหาเวลาโกลบอลของการยิงในแต่ละรอบการทำงานโดยอาจกำหนดสมการเพื่อพิจารณารอบการทำงานเพิ่มเติม เป็นต้น

2) ปรับปรุงอัลกอริทึมการสร้างกราฟฟังก์ชันของการยิงเพื่อลดขนาดกราฟฟังก์ชันของการยิงให้มีขนาดเล็กลง โดยอาจเพิ่มข้อมูลนำเข้าในการสร้างกราฟฟังก์ชันของการยิงนอกเหนือจากไทม์เพทรีเน็ตอย่างเดียว เช่น เพิ่มสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริกเพื่อพิจารณาสร้างกราฟฟังก์ชันของการยิงเฉพาะส่วนที่ต้องการทวนสอบ เป็นต้น

3) ปรับปรุงอัลกอริทึมในการตัดไทม์เพทรีเน็ตเพื่อลดขนาดไทม์เพทรีเน็ตที่ตัดแล้วให้มีขนาดเล็กลง โดยอาจเพิ่มเกณฑ์การพิจารณาการตัดไทม์เพทรีเน็ต เช่น การลดรูปของไทม์เพทรีเน็ตที่ทำงานก่อนเพลสในสูตรตรรกะเชิงเวลาแบบเมตริกทำงาน เป็นต้น

นอกจากนี้ อาจนำกราฟฟังก์ชันของการยิงไปประยุกต์ใช้ในการพิจารณาประสิทธิภาพของการทำงานของไทม์เพทรีเน็ต หรืออาจนำแนวคิดการตัดไทม์เพทรีเน็ตไปประยุกต์ในการตัดเพทรีเน็ตประเภทอื่น ๆ เพื่อรองรับการทวนสอบระบบที่ซับซ้อนมากขึ้นได้

บรรณานุกรม

1. Berthomieu, B. and M. Menasche. *An enumerative approach for analyzing time Petri nets*. in *Proceedings IFIP*. 1983. Elsevier Science Publishers.
2. Clarke, E.M. and O. Grumberg, *Avoiding the state explosion problem in temporal logic model checking*, in *Proceedings of the sixth annual ACM Symposium on Principles of distributed computing*. 1987, Association for Computing Machinery: Vancouver, British Columbia, Canada. p. 294–303.
3. Jbeli, N., Z. Sbai, and R. Ben Ayed. *On the Fly Model-Checking of TPN: TPN-TCTLhDelta*. in *Trends and Advances in Information Systems and Technologies*. 2018. Cham: Springer International Publishing.
4. Klai, K., *On-the-fly model checking of timed properties on Time Petri nets*. CEUR Workshop Proceedings, 2014. 1160: p. 35-53.
5. Hadjidj, R. and H. Boucheneb, *On-the-fly TCTL model checking for time Petri nets*. Theoretical Computer Science, 2009. 410(42): p. 4241-4261.
6. Bouajjani, A., S. Tripakis, and S. Yovine. *On-the-fly symbolic model checking for real-time systems*. in *Proceedings Real-Time Systems Symposium*. 1997.
7. Wang, K., et al. *Towards Efficient Partial Order Techniques for Time Petri Nets*. in *Verification and Evaluation of Computer and Communication Systems*. 2020. Cham: Springer International Publishing.
8. Sanden, B.v.d., et al. *Partial-Order Reduction for Performance Analysis of Max-Plus Timed Systems*. in *2018 18th International Conference on Application of Concurrency to System Design (ACSD)*. 2018.
9. Boucheneb, H. and K. Barkaoui, *Delay-dependent partial order reduction technique for real time systems*. Real-Time Systems, 2018. 54(2): p. 278-306.
10. Barkaoui, K. and H. Boucheneb. *On Persistency in Time Petri Nets*. in *Formal Modeling and Analysis of Timed Systems*. 2018. Cham: Springer International Publishing.
11. Boucheneb, H. and K. Barkaoui, *Stubborn Sets for Time Petri Nets*. ACM Transactions on Embedded Computing Systems, 2015. 14(1): p. Article 11.

12. Bourdil, P.-A., et al., *Symmetry reduction for time Petri net state classes*. Science of Computer Programming, 2016. 132: p. 209-225.
13. Ge, N. and M. Pantel. *Real-Time Property Specific Reduction for Time Petri Net*. in *PNSE@ Petri Nets 2014*. 2014.
14. Xia, C. and Z. Liu. *Property Preservation of Time Petri Net Reduction*. in *2010 Third International Symposium on Intelligent Information Technology and Security Informatics*. 2010.
15. Wang, J., Y. Deng, and M. Zhou, *Compositional time Petri nets and reduction rules*. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics), 2000. 30(4): p. 562-572.
16. Sloan, R.H. and U. Buy, *Reduction rules for time Petri nets*. Acta Informatica, 1996. 33(7): p. 687-706.
17. Shaikh, A. and U. Kock, *Efficient Verification-Driven Slicing of UML/OCL Class Diagrams*. International Journal of Advanced Computer Science and Applications, 2016. 7.
18. Colangelo, D., et al. *Reducing Software Architecture Models Complexity: A Slicing and Abstraction Approach*. 2006. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg.
19. Chalupa, M. and J. Strejček. *Evaluation of Program Slicing in Software Verification*. in *Integrated Formal Methods*. 2019. Cham: Springer International Publishing.
20. Srongsil, B. and W. Vatanawood. *Compositional Verification of Data Invariants in Promela using Slicing Technique*. in *Proceedings of the International MultiConference of Engineers and Computer Scientists*. 2018.
21. Millett, L.I. and T. Teitelbaum, *Issues in slicing PROMELA and its applications to model checking, protocol understanding, and simulation*. International Journal on Software Tools for Technology Transfer, 2000. 2(4): p. 343-349.
22. Millett and Teitelbaum. *Channel dependence analysis for slicing Promela*. in *1999 Proceedings International Symposium on Software Engineering for Parallel and Distributed Systems*. 1999.
23. Hajisheykhi, R., et al., *A framework for verification of SystemC TLM programs*

- with model slicing: a case study*, in *Proceedings of the 53rd Annual Design Automation Conference*. 2016, Association for Computing Machinery: Austin, Texas. p. Article 22.
24. Thrane, C. and U. Sorensen. *Slicing for uppaal*. in *2008 Annual IEEE Student Paper Conference*. 2008.
 25. Janowska, A. and P. Janowski, *Slicing of Timed Automata with Discrete Data*. *Fundamenta Informaticae*, 2006. 72: p. 181-195.
 26. Yatapanage, N., K. Winter, and S. Zafar. *Slicing Behavior Tree Models for Verification*. in *Theoretical Computer Science*. 2010. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg.
 27. Davidrajuh, R. *Experimenting with the Static Slicing of Petri Nets*. in *2020 IEEE 24th International Conference on Intelligent Engineering Systems (INES)*. 2020.
 28. Davidrajuh, R. and A. Roci, *Performance of Static Slicing Algorithms for Petri Nets*. *International Journal of Simulation -- Systems, Science and Technology*, 2019. 20(1): p. 15.1-15.7.
 29. Khan, Y.I., A. Konios, and N. Guelfi, *A Survey of Petri Nets Slicing*. *ACM Computing Surveys*, 2018. 51(5): p. Article 109.
 30. Yu, W., Z. Ding, and X. Fang, *Dynamic Slicing of Petri Nets Based on Structural Dependency Graph and its Application in System Analysis*. *Asian Journal of Control*, 2015. 17(4): p. 1403-1414.
 31. Rakow, A. *Safety Slicing Petri Nets*. in *Application and Theory of Petri Nets*. 2012. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg.
 32. Rakow, A. *Slicing Petri Nets with an Application to Workflow Verification*. in *SOFSEM 2008: Theory and Practice of Computer Science*. 2008. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg.
 33. Llorens, M., et al., *Dynamic Slicing Techniques for Petri Nets*. *Electronic Notes in Theoretical Computer Science*, 2008. 223: p. 153-165.
 34. Sabouri, H. and M. Sirjani, *Slicing-based Reductions for Rebeca*. *Electronic Notes in Theoretical Computer Science*, 2010. 260: p. 209-224.
 35. Wang, J., *TIMED PETRI NETS Theory and Application*. Vol. 9. 1998: Springer-Verlag New York, Inc., .

36. Staines, A., *Ordinary Petri Net Matrices*. ITM Web of Conferences, 2019. 24: p. 02007.
37. Bengtsson, J., et al. *Partial order reductions for timed systems*. in *International Conference on Concurrency Theory*. 1998. Springer.
38. Virbitskaite, I. and E. Pokozy. *A partial order method for the verification of time Petri nets*. in *International Symposium on Fundamentals of Computation Theory*. 1999. Springer.
39. Boucheneb, H., K. Barkaoui, and K. Weslati. *Delay-Dependent Partial Order Reduction Technique for Time Petri Nets*. in *Formal Modeling and Analysis of Timed Systems*. 2014. Cham: Springer International Publishing.
40. Weiser, M.J., *Program slicing*. IEEE Transactions on software engineering, 1984(4): p. 352-357.
41. Llorens, M., et al. *An integrated environment for petri net slicing*. in *International Conference on Application and Theory of Petri Nets and Concurrency*. 2017. Springer.
42. Wang, J., Y. Deng, and G. Xu, *Reachability analysis of real-time systems using time Petri nets*. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics), 2000. 30(5): p. 725-736.

ประวัติผู้เขียน

ชื่อ-สกุล	ปฎิมากร จริยฐิติพงศ์
วัน เดือน ปี เกิด	21 ธันวาคม 2522
สถานที่เกิด	ศรีสะเกษ
วุฒิการศึกษา	- สำเร็จการศึกษาหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมคอมพิวเตอร์ จาก ภาควิชาวิศวกรรมคอมพิวเตอร์ คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น - สำเร็จการศึกษาหลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมซอฟต์แวร์ จาก ภาควิชาวิศวกรรมคอมพิวเตอร์ คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ที่อยู่ปัจจุบัน	131 หมู่ที่ 1 ตำบลหนองครก อำเภอเมืองศรีสะเกษ จังหวัดศรีสะเกษ
ผลงานตีพิมพ์	P. Chariyathitipong and W. Vatanawood, “Dynamic Slicing of Time Petri Net Based on MTL Property”, Journal of IEEE Access, Volume 10, pp. 45207 – 45218, 2022.