บทที่ 2

ทฤษฎีที่ใช้ในการศึกษา

2.1 <u>นิยามของฝาย</u>

ฝาย (Weir) เป็นอาคารที่สร้างขึ้นขวางทางน้ำทำให้น้ำยกระดับสูงขึ้น และไหลล้นข้ามไป ทำหน้าที่ผันน้ำ ควบคุมการไหลของน้ำ หรือวัดอัตราการไหลของน้ำ วัสดุที่ใช้ก่อสร้างอาจจะเป็น ดิน , หิน , ไม้ , เหล็ก หรืออาคารคอนกรีตเสริมเหล็ก

ฝายมีอยู่หลายแบบซึ่งจำแนกตามรูปร่างและลักษณะการทำงานดังนี้ คือ

2.1.1 ฝายสันคม (Sharp Crested Weir) ฝายสันคมที่นิยมใช้กันทั่วไปได้แก่

- ฝายสี่เหลี่ยมผืนผ้าแบบบีบข้าง (Contracted Rectangular Weir)
- ฝายสี่เหลี่ยมผืนผ้าแบบไม่บีบข้าง (Suppressed Rectangular Weir)
- ฝายสามเหลี่ยม (90° V- Notch Weir)
- ฝายสี่เหลี่ยมคางหมู (Cipolleti Weir)

2.1.2 ฝายสันกว้าง (Broad Crested Weir) คือ ฝายที่มีความกว้างของสันฝายมากกว่าสองเท่าของความสูงของน้ำด้านเหนือฝายจากสันฝาย

2.1.3 ฝายที่มีลักษณะพิเศษ คือ ฝายที่มีลักษณะต่างจากฝายสันคม และฝายสันกว้าง ได้แก่

- ฝายยาง (Rubber Weir)
- ฝายแบบโอกี้ (Ogee Weir)
- ฝายปากเป็ด (Duck bill Weir)
- ฝายหยัก (Labyrinth Weir)

2.2 สมมติฐานที่ใช้ในการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของอัตราการไหลของน้ำผ่านฝายกับความสูงระดับน้ำ (H)

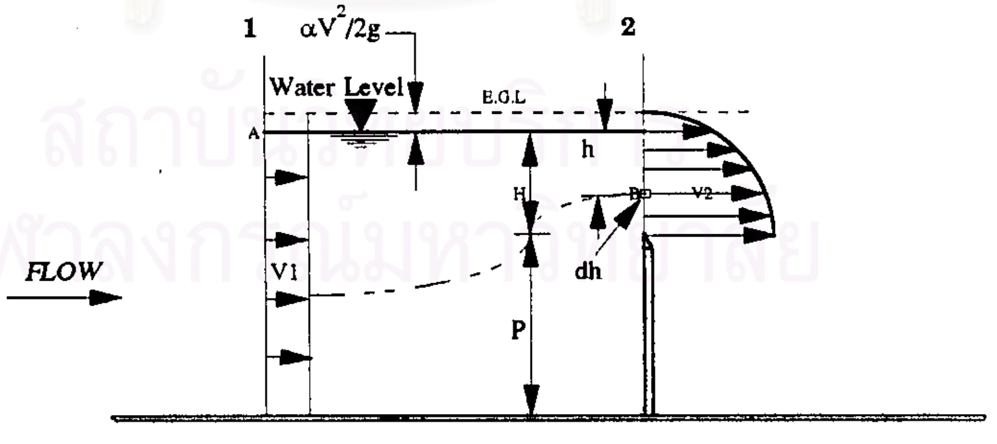
2.2.1 การกระจายความเร็วการไหล หรือรูปชั้นความเร็วการไหล (Velocity Distribution) จะต้องมีความสม่ำเสมอ (Uniform) นั่นคือ มีขนาดเท่ากันตลอดความลึกการไหล

2.2.2 การไหลที่สันฝายจะต้องเป็นแนวระดับหรืออีกนัยหนึ่งเส้นกระแสการไหล (Stream Line) จะต้องเป็นเส้นตรงในแนวระดับ และขนานกัน

2.2.3 ที่ลำของไหลที่ไหลข้ามสันฝายออกไปถ้าเป็นแบบการไหลอิสระ จะต้องมีความดันเท่ากับความดันบรรยากาศ

2.2.4 ถือว่าการไหลไม่มีผลของความหนืดหรือความฝืดการไหล (Viscous or Frictional Effects) ตลอดจนไม่มีผลของการเกิดกระแสม้วนหรือกระแสวน (Turbulence Effects) และไม่มีผลของแรงตึงผิว (Surface Tension)

2.3 การวิเคราะห์หาสูตรคำนวณอัตราการไหลของน้ำผ่านฝายสี่เหลี่ยมผืนผ้า กรณีการไหลแบบอิสระ (Free Flow)



รูป 2-1 การไหลของน้ำผ่านฝายสี่เหลี่ยมผืนผ้าของการไหลสมมุติ

(ดูรูป 2 -1 ประกอบ)
จากสมการเบอร์นูลี่ (Bernoulli Equation) พิจารณาที่หน้าตัดการไหล " 1 " ที่จุด A (ผิวน้ำ) และ หน้าตัด การไหล " 2 " ที่จุด B (ลำการไหลของน้ำที่ไหลข้ามสันฝาย)

$$p_A/\gamma + \alpha V_A^2/2g + z_A \quad = \quad p_B/\gamma + \alpha V_B^2/2g + z_B \qquad (2.1)$$

ในกรณีนี้ค่าความดันที่ A (p_A) และ ความดันที่ B (p_B) เท่ากับความดันบรรยากาศ และ ผลต่างของระดับ $z_A - z_B = h$ และ ค่า $\alpha = 1$

ดังนั้นจากสมการ (2.1) เขียนได้เป็น

$$0 + V_A^2/2g + h \quad = \quad V_B^2/2g \qquad (2.2)$$

หรือ

$$\therefore \quad V_B \quad = \quad \sqrt{2g\,(\,V_A^2/2g + h\,)} \qquad (2.3)$$

นั่นคือความเร็วการไหลที่ตั้งฉากกับแถบพื้นที่ " dA " ที่มีความสูงของระดับน้ำจากผิวน้ำถึงจุดกึ่งกลางพื้นที่แถบ dA เท่ากับ " h " ดังนั้นความเร็วการไหลผ่านแถบพื้นที่ " dA "

$$dQ \quad = \quad \sqrt{2g\,(\,V_A^2/2g + h)}\,dA \qquad (2.4)$$

หรือ

$$dQ \quad = \quad \sqrt{2gx}\;L\,dx \qquad (2.5)$$

โดยที่ $x = h + (\,V_A^2/\,2g\,) = h + h'$

L = ความกว้างของฝาย , $dh = dx$ และ ที่ผิวน้ำ ค่า $h = 0$ และ $x = h'$

ที่สันฝาย $h = H$ และ $x = H + h'$

ดังนั้นอัตราการไหลผ่านหน้าตัดทั้งหมด

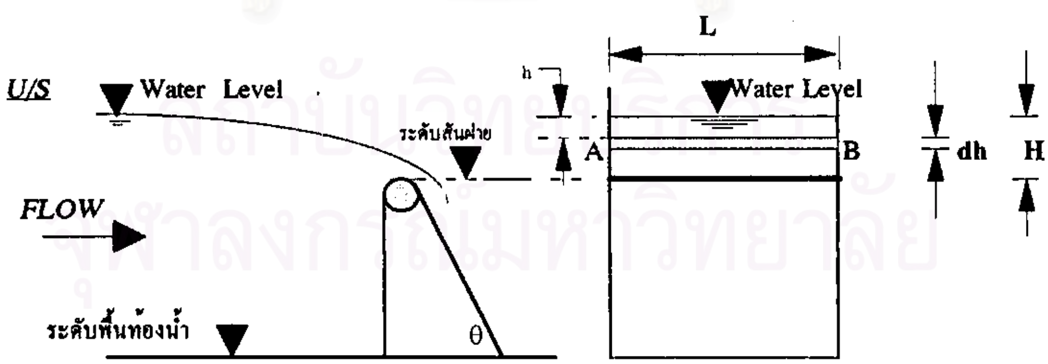
$$Q = L\sqrt{2g}\int_{h'}^{H+h'} x^{0.5}\,dx = (2/3)\,L\sqrt{2g}\,[\,(H+h')^{3/2} - (h')^{3/2}\,]$$

ดังนั้นอัตราการไหลจริง

$$Q = C_d\,(2/3)\,L\sqrt{2g}\,H^{3/2}\,[\,(1+h'/H)^{3/2} - (h'/H)^{3/2}\,] \qquad (2.6)$$

โดยที่ $[\,(1+h'/H)^{3/2} - (h'/H)^{3/2}\,]$ คือ เทอมปรับแก้ผลของความเร็วการไหลเข้าใกล้ฝาย (Velocity of Approach , V_A) C_d คือ สัมประสิทธิ์ปรับแก้ค่าอัตราการไหล หรือค่าสัมประสิทธิ์อัตราการไหล (Discharge Coefficient)

2.4 การวิเคราะห์หาสูตรคำนวณอัตราการไหลของน้ำผ่านฝายสันวงกลม กรณีการไหลแบบอิสระ



รูป 2-2 การไหลของน้ำผ่านฝายสันวงกลม

(ดูรูป 2 - 2 ประกอบ)

ฝายสี่เหลี่ยมผืนผ้า ความยาวสันฝาย L

ความลึกที่น้ำล้นข้ามสันฝาย H

<u>วิเคราะห์โดย</u>

พิจารณาแถบพื้นที่หน้าตัด AB ซึ่งอยู่ในระดับต่ำจากผิวน้ำ h

พื้นที่แถบที่พิจารณา $dA = L\,dh$

<u>กรณีที่พิจารณาความเร็วการไหลเข้าใกล้ฝาย</u> (Velocity of Approach)

Total Head , x คือ $h + \alpha\,(V^2/2g) = h + h'$

α คือ สัมประสิทธิ์พลังงาน

ความเร็วกระแสน้ำ, V_1 คือ $\sqrt{2g\,x}$

อัตราการไหลผ่านพื้นที่หน้าตัด dA

$$dQ_t = V_1\,dA$$

$$dQ_t = \sqrt{2g\,x}\;L\;dh$$

ที่สันฝาย $h = H$

ดังนั้นอัตราการไหลผ่านหน้าตัดทั้งหมด

$$Q_t = \int_{h'}^{H+h'} L\sqrt{2g\,x}\;dx$$

$$Q_t = (2/3)\,L\sqrt{2g}\;[\,(H + h')^{3/2} - (h')^{3/2}\,] \qquad (2.7)$$

เมื่อ $h' = \alpha(V^2/2g)$ สมการ(2.7) จึงเป็น

$$Q_t = (2/3)\,L\sqrt{2g}\;[\,(H+ \alpha V_1^{\,2}/2g)^{3/2} - (\alpha V_1^{\,2}/2g)^{3/2}\,] \qquad (2.8)$$

เนื่องจากขณะที่มีการไหลผ่านสันฝาย จะมีการสูญเสียพลังงานเนื่องจากความเสียดทานระหว่างของไหลกับสันฝาย ดังนั้น อัตราการไหลจริง (Q_r) จึงน้อยกว่า อัตราการไหลที่คำนวณจากสมการพลังงาน (Q_t) คือ

$$Q_r < Q_t$$

$$Q_r = C_d * Q_t$$

โดยที่ C_d คือ สัมประสิทธิ์อัตราการไหลของน้ำผ่านฝาย และมีค่าน้อยกว่า 1

Q_r คือ อัตราการไหลจริง

Q_t คือ อัตราการไหลทฤษฎี

$$\therefore \text{อัตราการไหลจริง } (Q_r) = (2/3)\, C_d\sqrt{2g}\; L\left[\left(H+\alpha V_1^{2}/2g \right)^{3/2} - \left(\alpha V_1^{2}/2g \right)^{3/2} \right] \qquad (2.9)$$

<u>กรณีที่ไม่พิจารณาความเร็วการไหลเข้าใกล้ฝาย</u> (Velocity of Approach, V)

ในกรณีที่ความเร็วการไหลที่เข้าใกล้ฝายมีค่าน้อยมาก ($V \approx 0$) ซึ่งเป็นกรณีที่ความสูงของฝาย (P) มีค่ามากๆเมื่อเทียบกับระดับน้ำเหนือสันฝาย (H) ($P >> H$) ดังนั้น ถ้าอัตราส่วนของ H / P มีค่าน้อยๆ เทอม $\alpha V^2/2g$ ในสมการสามารถไม่ต้องนำมาพิจารณา (Assume $\alpha = 1$) จากสมการ 2.9 จะเป็น ดังนี้คือ

อัตราการไหลจริง
$$Q_r = (2/3)\sqrt{2g}\; C_d L\, H^{3/2} \qquad (2.10)$$

C_d = สัมประสิทธิ์อัตราการไหลของน้ำผ่านฝาย (Coefficient of Discharge)

H = ความสูงของน้ำเหนือสันฝายด้านเหนือน้ำ

L = ความยาวสันฝาย

ค่า C_d เป็นค่าเฉพาะแห่งของฝายแต่ละตัว จะขึ้นอยู่กับรูปร่างลักษณะของฝาย ได้แก่ ความสูงฝาย (P) ,รัศมีวงกลมสันฝาย (R) , มุมลาดด้านท้ายน้ำ (θ) และ คุณสมบัติการไหลของน้ำ ได้แก่ อัตราการไหล (Q) , ความสูงน้ำเหนือสันฝายด้านเหนือน้ำ (H)

ซึ่งการไหลของน้ำผ่านฝายจะมี 2 ลักษณะ คือ การไหลแบบอิสระ (Free Flow) และ การไหลแบบจม (Submerged Flow)

การที่จะนำค่า C_d ไปใช้ในการคำนวณให้ถูกต้อง จำเป็นต้องมีการสอบเทียบ (Calibration) อาคารแต่ละตัวก่อน

เมื่อพิจารณาสมการ

$$Q = (2/3)\sqrt{2g}\, C_d\, L\, H^{3/2}$$

Q	คือ	อัตราการไหลของน้ำ	ม.^{3}/ วินาที
L	คือ	ความยาวสันฝาย	ม.
H	คือ	ความสูงของน้ำที่ไหลข้ามฝาย	ม.
g	คือ	ค่าแรงโน้มถ่วงของโลก = 9.81	ม./วินาที^{2}
C_d	คือ	สัมประสิทธิ์อัตราการไหลของน้ำผ่านฝาย (Coefficient of Discharge)	

เนื่องจากเทอม $(2/3)\, C_d\sqrt{2g}$ เป็นค่าคงที่

สมการนี้จึงเขียนเป็น $Q = C_w\, L\, H^{1.5}$

เมื่อ C_w คือ $(2/3)\, C_d\sqrt{2g}$

ดังนั้น C_w = Coefficient of Weir นั่นเอง

2.5 สมการเบอร์นูลี่ เมื่อพิจารณาการไหล ระหว่างจุดใด ๆกับจุดอ้างอิง

จากสมการ

$$p/\gamma + \alpha V^2/2g + z \quad = \quad p_o/\gamma + \alpha V_o^2/2g + z_o \tag{2.11}$$

เมื่อ p_o, V_o และ z_o คือ ความดัน (Pressure) ความเร็วการไหล (Velocity) และระดับความสูงของของไหล (Elevation)ที่ตำแหน่งอ้างอิงหรือตำแหน่งที่ค่าต่าง ๆดังกล่าวทราบค่าและ p, V, และ z เป็น ความดัน ความเร็ว และระดับความสูงของของไหล ที่ตำแหน่งใด ๆ ตามลำดับ

สมการ (2.11) สามารถจัดรูปใหม่ได้เป็น

$$p - p_o \quad = \quad \gamma (z_o - z) + (\rho/2) (V_o^2 - V^2) \tag{2.12}$$

สมการ(2.12) คือรูปแบบของสมการที่แสดงถึงความสัมพันธ์ของการเปลี่ยนความดันสถิตย์ (Hydrostatics Pressure , p) กับ การเปลี่ยนแปลงความดันศักย์ (Potential Pressure , γz) (เทมอแรกด้านขวาของสมการ) และการเปลี่ยนแปลงความดันจลน์ (Dynamic Pressure , $\rho V^2/2$) (เทอมที่สองด้านขวามือของสมการ)

$$(p/\gamma + z) - (p_o/\gamma + z_o) \quad = \quad (\rho/2\gamma) (V_o^2 - V^2) \tag{2.13}$$

นั่นคือรูปสมการ ที่แสดงถึงความสัมพันธ์ของการเปลี่ยนแปลงระดับความสูงพิโซมิเตอร์ (Piezometric Head) กับการเปลี่ยนแปลงของความเร็วการไหล หรือ

$$h - h_o \quad = \quad (V_o^2 - V^2) / 2g \tag{2.14}$$

โดยที่ " h " คือ ระดับความสูงของพิโซเมตริก (Piezometric head) หรือ ระดับความสูงของผิวอิสระของของไหล นั่นเอง

ถ้าการไหลเป็นการไหลแบบ 2 มิติ

$$p - p_o = (\rho/2)\,(V_o^2 - V^2) \qquad (2.15)$$

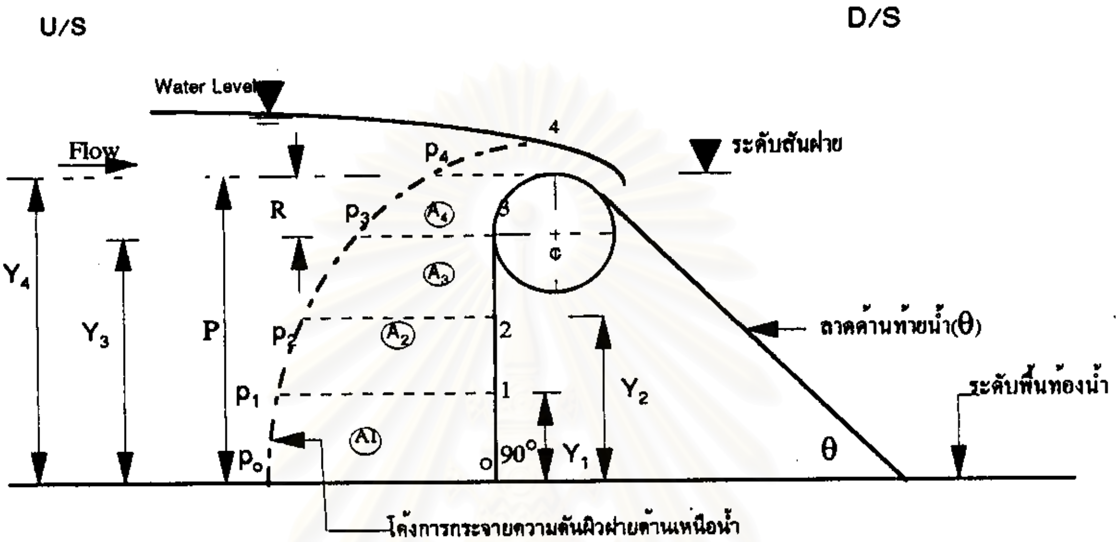
จากสมการ (2.14) และสมการ (2.15) ทำให้เป็นกลุ่มตัวแปรไม่มีมิติ

$$(h - h_o)/(V_o^2/2g) = 1 - (V/V_o)^2 \qquad (2.16)$$

และสำหรับการไหล 2 -มิติ

$$(p - p_o)/(\rho V_o^2/2) = 1 - (V/V_o)^2 \qquad (2.17)$$

2.6 การคำนวณแรงดันในแนวราบ (F) จากค่าการกระจายความดัน



รูป 2 -3 การกระจายความดันที่ผิวฝายด้านเหนือน้ำ

(ดูรูป 2 -3 ประกอบ)

กำหนดให้แบบจำลองฝายสันวงกลมมีความสูงฝาย	=	P	ซม.
รัศมีวงกลมสันฝาย	=	R	ซม.
ลาดด้านท้ายน้ำ	=	θ	องศา

ตำแหน่งที่ 1 , 2 , 3 , 4 คือ จุดวัดความดันที่กระทำกับผิวฝายด้านเหนือน้ำในศูนย์กลางฝาย (หรือรางน้ำ) ที่ความลึกเหนือพื้นท้องรางน้ำ Y_1 , Y_2 , Y_3 , Y_4 ตามลำดับ

ความดันที่กระทำกับผิวฝายด้านเหนือน้ำจากผลการทดลองที่ตำแหน่ง 1 , 2 , 3 ,4 คือ

p_1/γ , p_2/γ , p_3/γ , p_4/γ ตามลำดับ

(ในที่นี้ γ = น้ำหนักจำเพาะของน้ำ = 9.81 กิโลนิวตัน / ม.^{3})

เนื่องจาก	p/γ	=	h	หน่วยเป็น ม.
$\therefore$	p	=	$\gamma * h$	หน่วยเป็น กิโลนิวตัน/ม.^{2}
นั่นคือ	p_1	=	$\gamma * h_1$	
	p_2	=	$\gamma * h_2$	
	p_3	=	$\gamma * h_3$	
	p_4	=	$\gamma * h_4$	

นำค่า p_1 , p_2 , p_3 , p_4 ไปสร้างกราฟความสัมพันธ์ระหว่างตำแหน่งของจุดวัดความดัน กับค่าความดัน (p) จะได้โค้งการกระจายความดันที่กระทำกับผิวฝายด้านเหนือน้ำจากกราฟ กราฟโค้งการกระจายความดันสามารถที่จะไปคำนวณหาค่าแรงดันที่กระทำกับตัวฝาย โดยใช้หลักการคำนวณพื้นที่ใต้กราฟจากกฎพื้นที่สี่เหลี่ยมคางหมู (Trapezoidal Rule) ดังนี้

แบ่งพื้นที่โค้งการกระจายแรงดันออกเป็น A_1 , A_2 , A_3 , A_4 (ดังรูป 2 -3) โดย ในที่นี้ได้แบ่งพื้นที่ตามจุดที่วัดค่าความดัน จากนั้นพิจารณาพื้นที่สี่เหลี่ยมคางหมูแต่ละส่วนได้แก่

พื้นที่ A_1 จะประกอบไปด้วย ค่าแรงดัน p_0 กับ p_1 ที่เป็นคู่ขนานกัน และค่า Y_1 เป็นค่าความสูงเหนือท้องน้ำ

จากสูตรหาพื้นที่สี่เหลี่ยมคางหมู = 0.5 * (ผลบวกด้านคู่ขนาน) * สูง

นั่นคือ พื้นที่ A_1 = $0.5 * (p_0+p_1) * Y_1$

= แรง F_1 หน่วยเป็น กิโลนิวตัน/ม.

และในทำนองเดียวกัน

จะได้ว่า พื้นที่ A_2 = $0.5 * (p_1+p_2) * (Y_2-Y_1)$

= แรง F_2 กิโลนิวตัน/ม.

พื้นที่ A_3 = $0.5 * (p_2+p_3) * (Y_3-Y_2)$

= แรง F_3 กิโลนิวตัน/ม.

พื้นที่ A_4 = $0.5 * (p_3+p_4) * (Y_4-Y_3)$

= แรง F_4 กิโลนิวตัน/ม.

$\therefore$ แรงดันรวม (F) = $F_1 + F_2 + F_3 + F_4$ กิโลนิวตัน/ม.